

# Dérivation

• Montrer que  $f$  est dérivable en un point  $a$ .

$$\epsilon, f(a)$$

$$f(a+h)$$

$$f(a+h) - f(a)$$

$$\frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

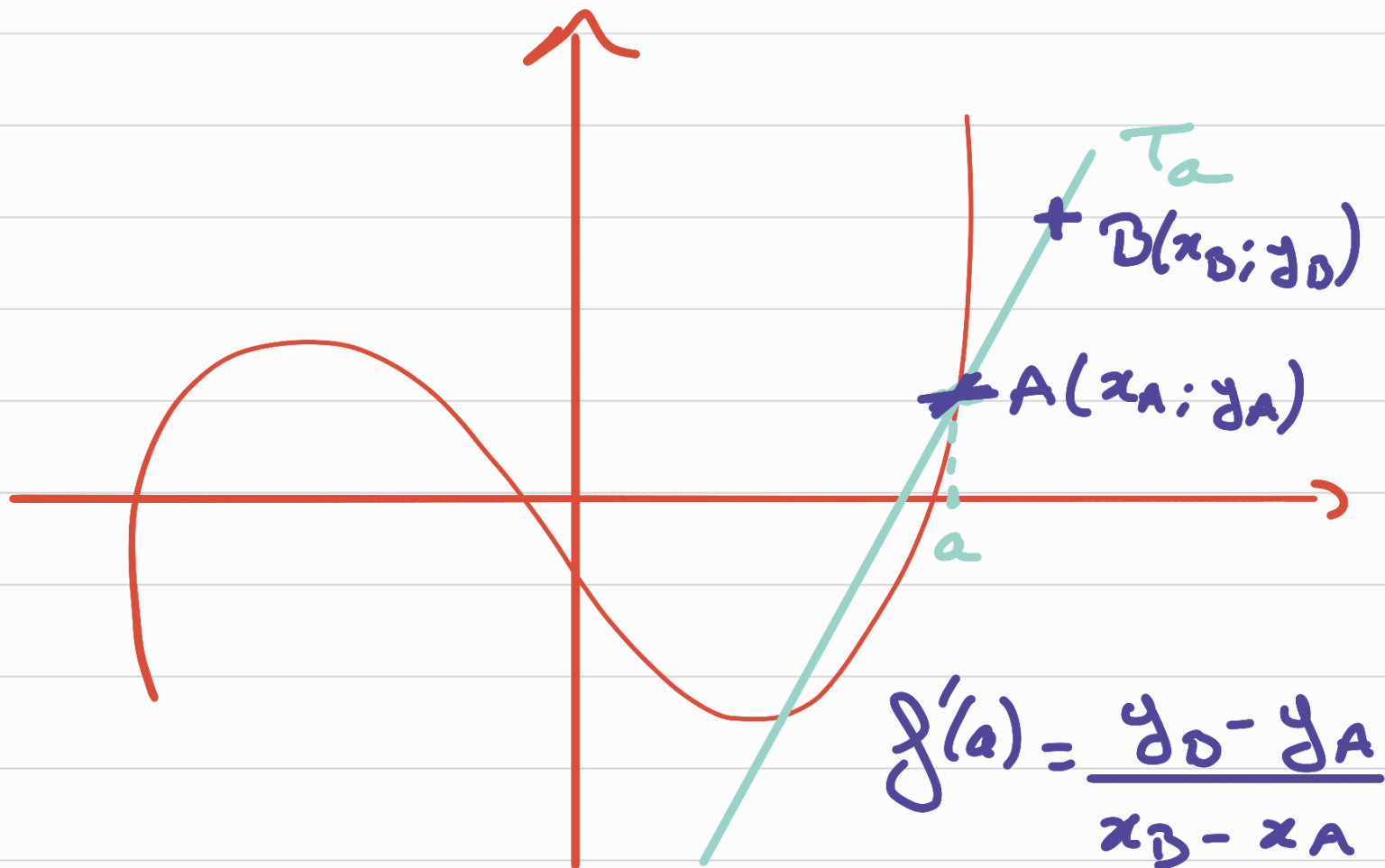
$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = \text{nombre } \textcircled{P}$$

Donc  $f$  est dérivable en  $a$   
et son nombre dérivée  $f'(a) = \textcircled{P}$ .

. Equation de la tangente de  $f$  au point d'abscisse  $a$ .

$$T_a : y = f'(a)(x-a) + f(a)$$

. Lecture graphique du nombre dérivée.



## exercice :

•  $f(x) = x^3$

montrer que la fonction  $f$  est dérivable en 3 et  $f$  déterminer  $f'(3)$ .

---

$$\frac{f(3+h) - f(3)}{h}$$

$$= \frac{(3+h)^3 - 3^3}{h}$$

$$= \frac{(3+h)(3+h)^2 - 27}{h}$$

$$= \frac{(3+h)(3^2 + 2 \times 3 \times h + h^2) - 27}{h}$$

$$= \frac{(3+h)(9+6h+h^2) - 27}{h}$$

$$= \frac{3 \times 9 + 3 \times 6h + 3 \times h^2 + h \times 9 + h \times 6h + h \times h^2 - 27}{h}$$

$$= \frac{\cancel{27} + 18h + 3h^2 + 9h + 6h^2 + h^3 - \cancel{27}}{h}$$

$$= \frac{h^3 + 9h^2 + 27h}{h}$$

$$= \frac{\cancel{h}^2}{\cancel{h}} + \frac{9h^{\cancel{2}}}{\cancel{h}} + \frac{\cancel{27h}}{\cancel{h}}$$

$$= h^2 + 9h + 27$$

Donc :

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - f(3)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} h^2 + 9h + 27$$

$$= 0^2 + 9 \times 0 + 27 = 27.$$

Donc  $f$  est dérivable en 3 et  $f'(3) = 27$

## exercice:

$$\bullet f(x) = \frac{1}{x}.$$

montrer que la fonction  $f$  est dérivable en 2 et  $f$  déterminer  $f'(2)$ .

---

$$\frac{f(2+h) - f(2)}{h}$$

$$= \frac{\frac{1}{2+h} - \frac{1}{2}}{h}$$

$$= \frac{\frac{2 - (2+h)}{2(2+h)}}{h}$$

$$= \frac{1}{h} \times \frac{\cancel{2} - \cancel{2} - h}{2(2+h)}$$

$$= \frac{1}{\cancel{h}} \times \frac{-\cancel{h}}{4+2h}$$

$$= \frac{1 \times -1}{4+2h}$$

$$= -\frac{1}{4+2h}$$

donc:  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} -\frac{1}{4+2h}$$

$$= -\frac{1}{4+2 \times 0}$$

$$= -\frac{1}{4}$$

$$T_2 : g = f'(2)(x-2) + f(2) \\ = -\frac{1}{4}(x-2) + \frac{1}{2}$$

Donc  $f$  est dérivable  
en 2 et  $f'(2) = -\frac{1}{4}$ .

## exercice :

$$\bullet f(x) = \sqrt{x} + 2$$

montrer que la fonction  $f$  est dérivable en  $g$  et  $f$  déterminer  $f'(g)$ .

---

$$\frac{f(g+h) - f(g)}{h}$$

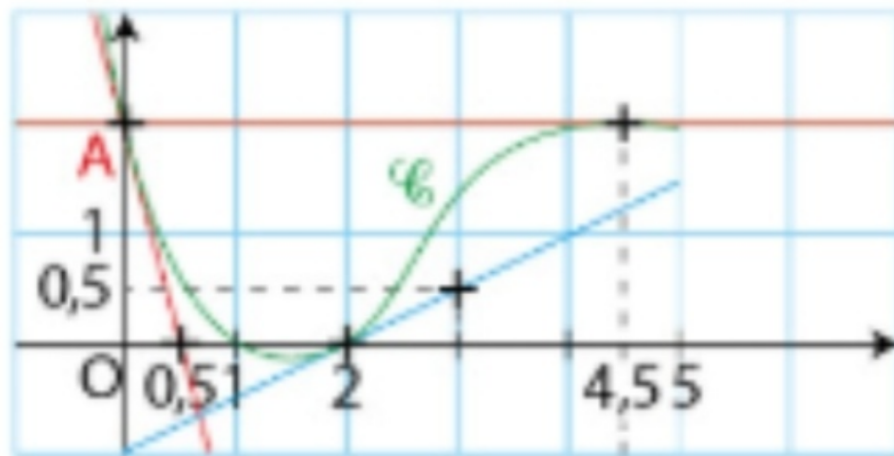
$$= \frac{\sqrt{g+h} + 2 - (\sqrt{g} + 2)}{h}$$

$$= \frac{\sqrt{g+h} + \cancel{2} - \sqrt{g} - \cancel{2}}{h}$$

$$= \frac{\sqrt{g+h} - \sqrt{g}}{h} \times \frac{\sqrt{g+h} + \sqrt{g}}{\sqrt{g+h} + \sqrt{g}}$$

**28** Dans le repère orthonormé ci-dessous,  $\mathcal{C}$  est la courbe représentative d'une fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[0; 5]$ .

On a tracé les tangentes à la courbe  $\mathcal{C}$  aux points d'abscisses 0 ; 2 et 4,5.



Déterminer graphiquement :

a)  $f(0)$ ,  $f(2)$ ,  $f(4,5)$

b)  $f'(0)$ ,  $f'(2)$ ,  $f'(4,5)$

1)

a)  $f(0) = 2$

$f(2) = 0$

$f(4,5) = 2$

b)  $f'(0) = \frac{-2}{0,5} = -4$

$f'(2) = \frac{-0,5}{-1} = 0,5$

$$f'(4,5) = 0.$$

2) Déterminer l'équation réduite des tangentes.

---

$$T_0 : y = f'(0)(x-0) + f(0)$$

$$y = -4x + 2$$

$$T_2 : y = f'(2)(x-2) + f(2)$$

$$y = 0,5(x-2) + 0$$

$$y = 0,5x + 0,5x - 2$$

$$y = 0,5x - 1.$$

$$T_{4,5}: y = f'(4,5)(x-4,5) + f(4,5)$$

$$y = \cancel{0 \times (x-4)} + 2$$

$$y = 2$$

---

exemple 7:  $f(x) = x^2$

Par le calcul,  $f'(1,5) = 3$

$$T_{1,5}: y = 3x + b.$$

or  $A(1,5; 2,25) \in \mathcal{C}_f.$

$$2,25 = 3 \times 1,5 + b$$

$$2,25 = 4,5 + b \Rightarrow b = 2,25 - 4,5$$

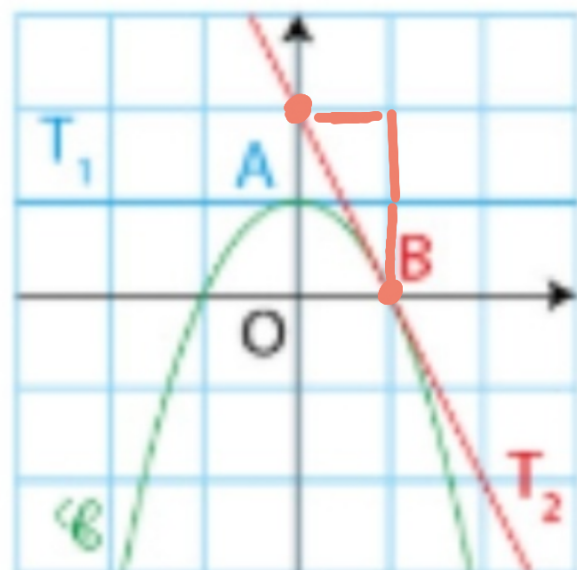
donc  $b = -2,25$ .

Donc  $T_{0,5} : y = 3x - 2,25$

**27**  $h$  est la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$h(x) = 1 - x^2$$

Dans un repère orthonormé,  $\mathcal{C}$  est la courbe représentative de la fonction  $h$ ,  $T_1$  et  $T_2$  sont les tangentes respectives à  $\mathcal{C}$  aux points  $A$  d'abscisse 0 et  $B$  d'abscisse 1.



Lire sur le graphique le nombre dérivé de  $h$  :

a) en 0 ;      b) en 1.

$$h'(0) = 0 \quad \text{et} \quad h(0) = 1$$

$$h'(1) = \frac{2}{-1} = -2 \quad h(1) = 0$$

$$T_0 : y = h'(0)(x-0) + h(0)$$

$$y = \cancel{0(x-0)} + 1$$

$$y = 1$$

$$T_1: y = h'(1)(x-1) + h(1)$$

$$y = \overbrace{-2(x-1)} + 0$$

$$y = -2x - 2x - 1 + 0$$

$$y = -2x + 2$$