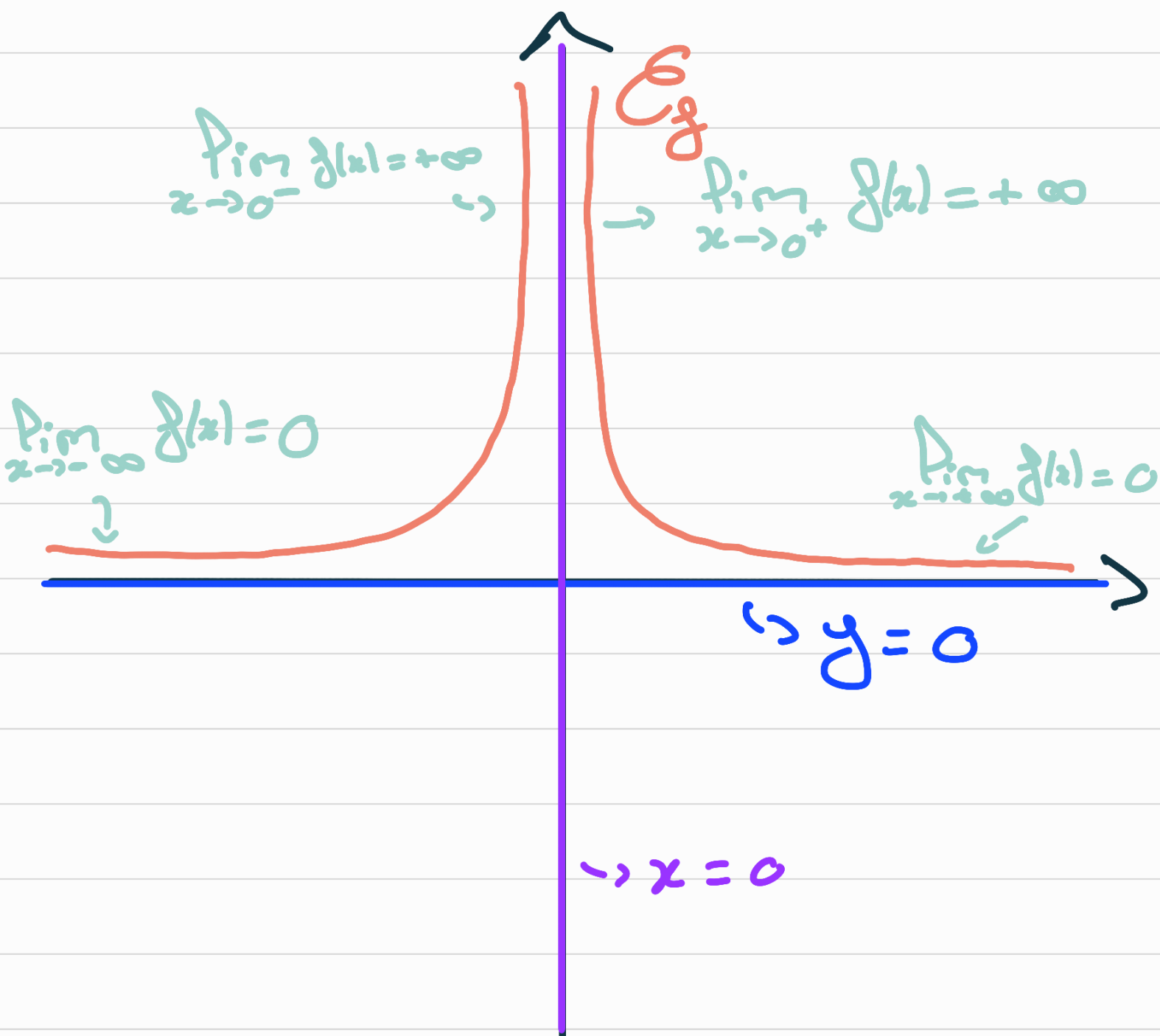


Limites de Fonctions



• Si $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = P \in \mathbb{R}$,

alors la courbe C_f admet une asymptote horizontale d'équation $y = P$.

• Si $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \pm\infty$, alors

la courbe C_f admet une asymptote verticale d'équation $x = a$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^n = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^n = \begin{cases} +\infty & n \text{ pair} \\ -\infty & n \text{ impair} \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = +\infty.$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^n} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$$

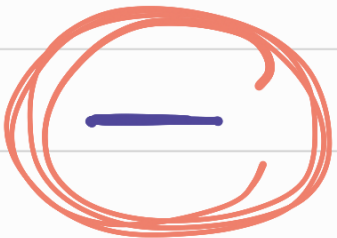
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$$

Toutes les règles de calculs
et méthodes par enlever
les F.I sont valables.

méthode: Limite en un point

$$f(x) = \frac{3x - 1}{2 - x}, x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$$

① Tableau de signe du
dénominateur.

x	$-\infty$	$\xrightarrow{2^-}$	2	$\xleftarrow{2^+}$	$+\infty$
signe $2-x$			$\emptyset$		

② on cherche $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$?

. numérateur: $3 \times 2 - 1 = 5$

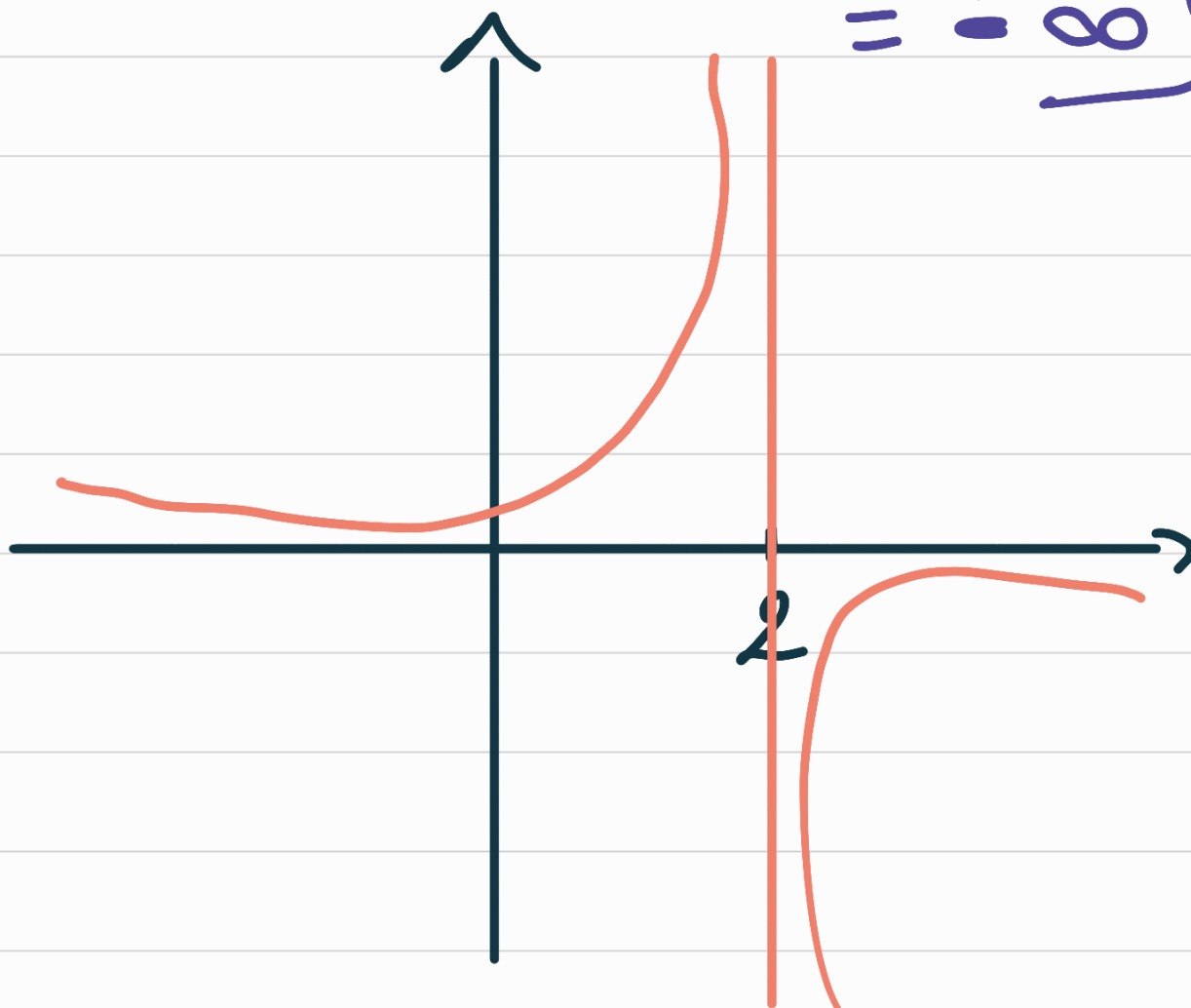
. dénominateur: $2 - 2^+ = 0^-$

$$\frac{1}{0^+} = +\infty$$

$$\frac{1}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

$$= +\infty$$



Exercices

Exercice 2

Déterminer les limites suivantes :

$$1. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - 1}{x^2 + 5}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - 1}{x^2 + 5}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x(-x - 1)}{(x^2 + 2)(x + 3)}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 + 2x^2}{(x + 2)(x - 5)}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x^2 + 5x - 1}{4x^2 + x + 1}$$

1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - 1}{x^2 + 5} \rightarrow +\infty \Rightarrow \text{F.I.}$

$$\cdot \frac{2x - 1}{x^2 + 5} = \frac{x \left(2 - \frac{1}{x} \right)}{x^2 \left(1 + \frac{5}{x^2} \right)}$$

$$= \frac{1}{x} \times \frac{2 - \frac{1}{x}}{1 + \frac{5}{x^2}}$$

or $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0 \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5}{x^2} = 0 \end{cases}$

hence $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2 - \frac{1}{x} = 2$

$$\text{et } \lim_{x \rightarrow +\infty} 1 + \frac{5}{x^2} = 1.$$

Donc par quotient de limites,

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 - \frac{1}{x}}{1 + \frac{5}{x^2}} = 2$$

$$\text{et } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0.$$

Ainsi par produit de limites :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} \times \frac{2 - \frac{1}{x}}{1 + \frac{5}{x^2}} = 0$$

Donc

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - 1}{x^2 + 5} = 0$$

De même,

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - 1}{x^2 + 5} = 0.$$

$$5. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x^2 + 5x - 1}{4x^2 + x + 1}$$

$$\frac{-3x^2 + 5x - 1}{4x^2 + x + 1} = \frac{\cancel{x^2} \left(-3 + \frac{5x}{x^2} - \frac{1}{x^2} \right)}{\cancel{x^2} \left(4 + \frac{x}{x^2} + \frac{1}{x^2} \right)}$$

$$= \frac{-3 + \frac{5}{x} - \frac{1}{x^2}}{4 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}}$$

$$\text{or } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0$$

$$\text{D'au } \lim_{x \rightarrow +\infty} -3 + \frac{5}{x} - \frac{1}{x^2} = -3$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} 4 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 4$$

donc par quotient de Rime

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3 + \frac{5}{x} - \frac{1}{x^2}}{4 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} = -\frac{3}{4}$$

! Donc :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x^2 + 5x - 1}{4x^2 + x + 1} = -\frac{3}{4}.$$