

Dérivation

Nathan p110-01

88



f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 2x^2 - 3x + 2$$

$\mathcal{C}$ est la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé.

1. a) Déterminer une équation de la tangente T à la courbe $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 2.

b) Tracer la courbe $\mathcal{C}$ et la tangente T à l'écran de la calculatrice et conjecturer la position de la courbe $\mathcal{C}$ par rapport à T .

2. a) Démontrer que pour tout nombre réel x :

$$f(x) - (5x - 6) = 2(x - 2)^2$$

b) Démontrer la conjecture énoncée à la question **1. b).**

1) a) $y = \underline{f'(2)(x-2)} + \underline{f(2)}$

$$\cdot f(2) = 2 \times 2^2 - 3 \times 2 + 2$$

$$= 8 - 6 + 2 = 4.$$

$$\begin{aligned} \cdot f'(x) &= 2 \times 2x - 3 \\ &= 4x - 3. \end{aligned}$$

$$f'(2) = 4 \times 2 - 3 = 8 - 3 = 5$$

$$y = 5(x - 2) + 4$$

$$y = 5x - 10 + 4$$

$$y = 5x - 6$$

b) On peut conjecturer que la tangente est en dessous de la courbe $\mathcal{C}$.

$$2) a) f(x) - (5x - 6)$$

$$= 2x^2 - 3x + 2 - 5x + 6$$

$$= 2x^2 - 8x + 8$$

$$= 2(x^2 - 4x + 4)$$

$$= 2(x - 2)^2$$

$$b) f(x) - 5(x - 6) = 2(x - 2)^2$$

$$\text{or } 2(x - 2)^2 \geq 0$$

$$\text{donc } f(x) - 5(x - 6) \geq 0$$

$$\text{et } f(x) \geq 5(x - 6)$$

donc la tangente T est au-dessus de la courbe $\mathcal{C}$.

- $f(x) - T_a f > 0$

↳ $\mathcal{C}_f$ est au-dessus de la tangente $T_a f$

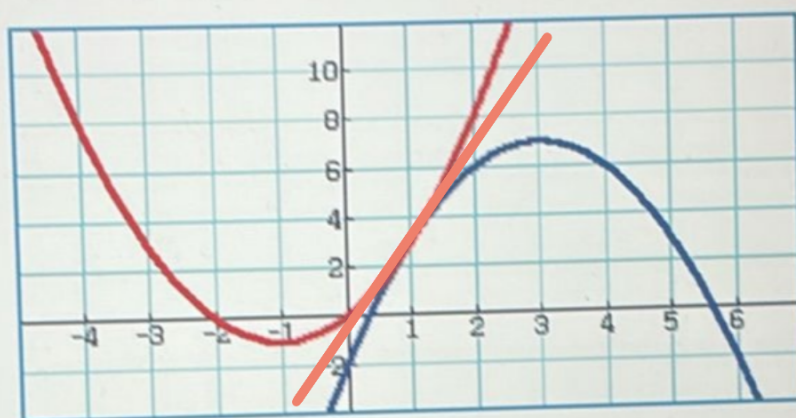
- $f(x) - T_a f \leq 0$

↳ $\mathcal{C}_f$ est au-dessous de la tangente $T_a f$.

96 Observer et démontrer**Raisonner Calculer**

À l'écran de sa calculatrice, Antoine a tracé les courbes représentatives des fonctions :

$$x \mapsto x^2 + 2x \quad \text{et} \quad x \mapsto -x^2 + 6x - 2.$$



- a) Démontrer que ces deux courbes ont un unique point commun A.
 b) Démontrer que les deux courbes ont une tangente commune en A.

$$a) \quad x^2 + 2x = -x^2 + 6x - 2$$

$$x^2 + 2x + x^2 - 6x + 2 = 0$$

$$2x^2 - 4x + 2 = 0.$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \times 2 \times 2$$

$$\Delta = 16 - 16 = 0$$

donc il y a une unique solution $x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{4}{2 \times 2} = 1$

Donc les deux courbes ont un unique point commun A.

b) $2x + 2 = -2x + 6$

$$2x + 2x = 6 - 2$$

$$4x = 4$$

$$x = \frac{4}{4} = 1.$$

donc les deux courbes ont le même nombre dérivée en 1

De plus, les deux courbes ont un point en commun d'abscisse ± 1 .

Donc les deux courbes ont une tangente commune en A d'abscisse ± 1 .