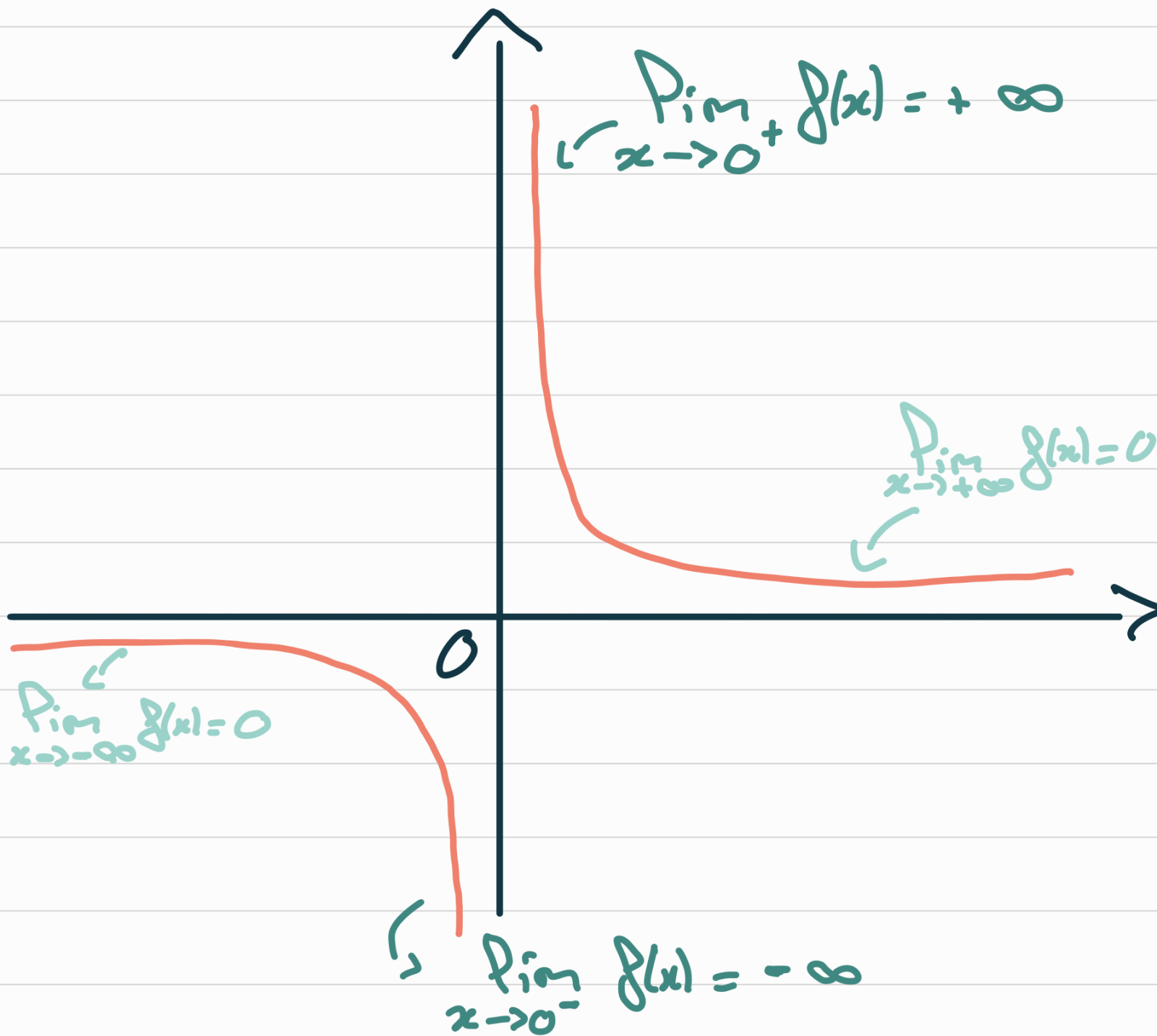


Limites de Fonctions



$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^\alpha = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^\alpha = \begin{cases} +\infty & \alpha \text{ pair} \\ -\infty & \alpha \text{ impair} \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x^\alpha} = 0$$

$$\frac{1}{0^+} = +\infty$$

$$\frac{1}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$$

. On cherche $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 5x + 6}$.

$$\rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 + 5x + 6 = +\infty.$$

$$\rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

donc $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 5x + 6} = +\infty$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} P_n(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} P_n(x) = -\infty$$

• Croissances Comparées

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^n e^x = 0$$

e^x

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{P_n(x)}{x^n} = 0$$

$P_n(x)$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^n P_n(x) = 0$$

Exercice 4

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-2; 1\}$ par $f(x) = \frac{x^2 + 5x + 1}{x^2 + x - 2}$.

Combien d'asymptotes possède la courbe représentative de cette fonction? Déterminer leur équation.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$$

$$\text{De même, } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1.$$

↳ $\mathcal{C}_f$ admet une asymptote horizontale d'équation $y = 1$

$$\bullet \quad x^2 + x - 2$$

$$x_1 = -2 \quad \text{et} \quad x_2 = 1$$

x	$-\infty \xrightarrow{-2^-} -2 \xleftarrow{-2^+} 1 \xleftarrow{+\infty}$ $\xrightarrow{1^-}$			
Signe				
$x^2 + x - 2$				

Calculer les limites en -2

• $\lim_{x \rightarrow -2^-} x^2 + 5x + 1 = -5$

• $\lim_{x \rightarrow -2^-} x^2 + x - 2 = 0^+$

donc $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = -\infty$

$\swarrow \frac{-5}{0^+} = -\infty$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow -2^+} x^2 + 5x + 1 = -5$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow -2^+} x^2 + x - 2 = 0$$

$$\hookrightarrow \text{donc } \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = +\infty$$

$\hookrightarrow$ asympt. verticale $x = -2$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$$

$\hookrightarrow$ asympt. verticale $x = 1$