Devoir - Maison

exercice 1 :

Partie A :

1) . $f'(x) = 2x + \frac{4}{x} > 0$

. $\lim_{x \to 0} f(x) = -\infty$

car $\lim_{x \to 0} x^2 = 0$ et $\lim_{x \to 0} 4\ln(x) = -\infty$

. $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

car $\lim_{x \to +\infty} x^2 = +\infty$ et $\lim_{x \to +\infty} 4\ln(x) = +\infty$

x	0		$+\infty$
f'		$+$	
f	$-\infty$	$\nearrow$ 0 $\nearrow$	$+\infty$

2) • f est continue sur $]0;+\infty[$

• f est strictement croissante sur $]0;+\infty[$

• $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = -\infty < 0$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty > 0$

donc d'après le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution $\alpha \in]0; +\infty[$.

3)

x	0		α		$+\infty$
signe de f		$-$	0	$+$	

Partie B :

1) $g(x) = x$

$\iff e^{-\frac{1}{4}x^2} = x$

$\iff -\frac{1}{4}x^2 = \ln(x)$

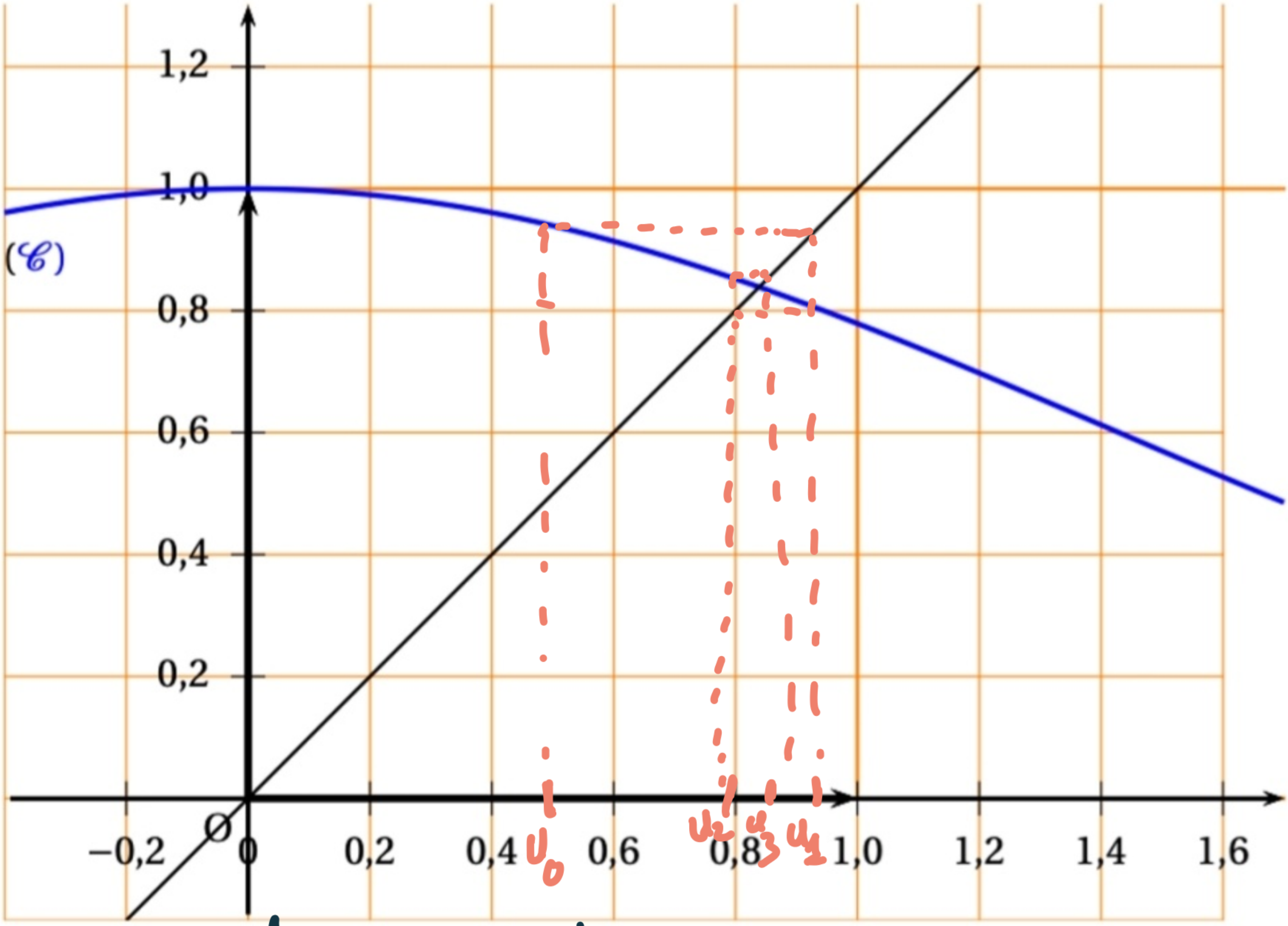
$\iff -x^2 = 4\ln(x)$

$\iff 0 = x^2 + 4\ln(x)$

$\iff 0 = f(x)$

or α est l'unique solution de $f(x) = 0$, donc α est l'unique solution de $g(x) = x$.

2)



on peut conjecturer.
(u_n) converge vers 0,8.

3) Pour $n = 6$.

on a : g est continue et

$u_{n+1} = g(u_n)$, donc la

limite de la suite (u_n)
vérifie $g(x) = x$.

or l'unique solution de $g(x) = x$
est α.
donc la limite de (u_n)
est α, et d'après la
calculatrice $\alpha \simeq 0,838$.

4) a) $f(0,5) = -2,5 < 0$

$f(1) = 1 > 0$

donc $\alpha \in [0,5 ; 1]$.

```
from math import*
def f(x):
        return x**2+4*log(x)
def solution():
        a=0.5
        b=1
        while abs(b-a) > 0,01
                if f((a+b)/2) * f(a) < 0
                        a=(a+b)/2
                else:
                        b=(a+b)/2
        return(a,b)
```

c) oui c'est cohérent car

$0,836 < 0,838 < 0,844$