

Exercice 4 Dans un repère orthonormé de l'espace, on considère les points $A(1 ; 2 ; 2)$, $B(-2 ; -1 ; 0)$ et $C(5 ; -3 ; 4)$.

1. Donner les coordonnées de I , le milieu de $[BC]$.
2. Calculer BC .
3. Soit $E(11 ; 3 ; 8)$, montrer que (AB) et (CE) sont parallèles.
4. Soit $F(5 ; 6 ; 5)$, les points A , B et F sont-ils alignés?
5. Déterminer les coordonnées du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.
6. Déterminer les coordonnées de G tel que $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{BC}$.

$$1) I \left(\frac{x_B + x_C}{2} ; \frac{y_B + y_C}{2} ; \frac{z_B + z_C}{2} \right)$$

$$I \left(\frac{3}{2} ; -2 ; 2 \right)$$

$$2) \overrightarrow{BC} (7 ; -2 ; 4)$$

$$BC = \sqrt{7^2 + (-2)^2 + 4^2}$$
$$= \sqrt{69}.$$

3) $\vec{AB}(-3; -3; -2)$

$\vec{CE}(6; 6; 4)$

• $-\frac{3}{6} = -\frac{1}{2}$

• $-\frac{3}{6} = -\frac{1}{2}$

• $-\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$



donc Les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{CE}$ sont colinéaires et donc les droites (AB) et (CE) sont parallèles.

5) $\overline{AB} \overline{CD}$ parallélogramme
 $\Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

$$\overrightarrow{AB}(-3; -3; -2)$$

on pose $D(x; y; z)$

$$\overrightarrow{DC}(5-x; -3-y; 4-z)$$

donc $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -3 = 5-x & \Rightarrow x = 8 \\ -3 = -3-y & \Rightarrow y = 0 \\ -2 = 4-z & \Rightarrow z = 6 \end{cases}$$

donc $D(8; 0; 6)$.

$$6) \quad x_3 - 1 = 14$$

$$x_3 = 14 + 1 = 15$$

$$y_3 - 2 = -8 \Rightarrow y_3 = \cancel{x} + 2 \\ = -6$$

$$z_3 - 2 = 16 \Rightarrow z_3 = \cancel{16} + 2 \\ = 18.$$

exercice 101:

1) a) $\vec{AB}(-3; 0; -1)$
 $\vec{AC}(-1; -2; -1)$

$$\cdot \frac{-3}{-1} = 3 \quad \cdot \frac{0}{-2} = 0$$

$\hookleftarrow \neq \hookrightarrow$

donc Les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$ ne sont pas colinéaires et les points A, B, C ne sont pas alignés.

Donc Les points A, B, C déterminent un plan (P_1)

$$\hookrightarrow \mathcal{O}(0; 0; 0)$$

$$\vec{OD}(6; 0; -1)$$

$$\vec{OE}(0; 3; 1).$$

Comme les deux vecteurs ont des zéros qui ne sont à la même position, alors ils ne sont pas colinéaires.

Donc les points O, D, E ne sont pas alignés et donc ils définissent un plan (P) .

$$2) \quad \vec{AB} = x \vec{AC} + y \vec{OD}.$$

$$\begin{cases} -3 = -x + 6y \Rightarrow -3 = 6y & y = -\frac{1}{2} \\ 0 = -2x \Rightarrow x = 0 \\ -1 = -x - y \Rightarrow -1 = \frac{1}{2} \end{cases} ?$$

donc le système est impossible.

Donc les vecteurs $\vec{AB}$, $\vec{AC}$ et $\vec{OD}$ ne sont pas coplanaires.

b) Comme $\vec{AB}$, $\vec{AC}$ et $\vec{OD}$ ne sont pas coplanaires, alors les plans (P_1) et (P_2) ne sont pas parallèles, et donc ils sont sécants.

exercice 102 :

1) a) $\vec{t} = x\vec{u} + y\vec{v}$.

$$\begin{cases} -2 = 2x & \Rightarrow x = -1 \\ 5 = x + 2y & \Rightarrow \begin{aligned} 5 &= -1 + 2y \\ 6 &= 2y \Rightarrow y = 3 \end{aligned} \\ 4 = -x + y & \Rightarrow 4 = 1 + 3 \checkmark \end{cases}$$

donc $\vec{t} = -\vec{u} + 3\vec{v}$

• $\vec{w} = x\vec{u} + y\vec{v}$.

$$\begin{cases} 4 = 2x & \Rightarrow x = 2 \\ 0 = x + 2y & \Rightarrow y = -1 \\ -3 = -x + y & \Rightarrow -3 = -2 - 1 \end{cases}$$

$\vec{w} = 2\vec{u} - \vec{v}$.

5) Comme les vecteurs $\vec{e}, \vec{u}, \vec{v}$ et $\vec{w}, \vec{u}, \vec{v}$ sont coplanaires, les plans (P_1) et (P_2) sont parallèles.

2) a) $\vec{AB} = x\vec{u} + y\vec{v}$.

$$\vec{AB}(-3; 3; 6)$$

$$\begin{cases} -3 = 2x & \Rightarrow x = -\frac{3}{2} \\ 3 = x + 2y & \Rightarrow 3 = -\frac{3}{2} + 2y \\ 6 = -x + y & \Rightarrow 3 + \frac{3}{2} = 2y \Rightarrow y = \frac{9}{4} \end{cases}$$

$$\hookrightarrow 6 = \frac{3}{2} + \frac{9}{4} = \frac{15}{4}$$

donc $B \notin (P_1)$

↳ $(\mathcal{P}_1)$ et $(\mathcal{P}_2)$ sont
strictement parallèles.