

exercice 4:

1) $f(x) = \frac{2e^x}{e^x + 1}$.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} 2e^x = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x + 1 = 1$$

donc par quotient de limites

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \frac{0}{1} = 0.$$

donc la courbe $\mathcal{C}$ admet
une asymptote horizontale
d'équation $y = 0$.

$$2) f(x) = \frac{\cancel{e^x} \times 2}{\cancel{e^x} \left(1 + \frac{1}{e^x}\right)}$$

$$= \frac{2}{1 + \frac{1}{e^x}}.$$

or $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{e^x} = 0$, et

donc $\lim_{x \rightarrow +\infty} 1 + \frac{1}{e^x} = 1$.

Donc $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{1 + \frac{1}{e^x}} = \frac{2}{1} = 2$

d'où $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$, et

la droite $y = 2$ est une asymptote horizontale à la courbe $\mathcal{C}$.

$$3) f'(x) = \frac{\overbrace{2e^x}^u (\overbrace{e^x+1}^v) - \underbrace{2e^x}_u \times \underbrace{e^x}_v}{(e^x+1)^2}$$

$$= \frac{\cancel{2(e^x)^2} + 2e^x - \cancel{2(e^x)^2}}{(e^x+1)^2}$$

$$= \frac{2e^x}{(e^x+1)^2}$$

$$= \frac{2e^x}{e^x+1} \times \frac{1}{e^x+1}$$

$$= f(x) \times \frac{1}{e^x+1}$$

$$= \frac{f(x)}{e^x+1}$$

$$4) f'(x) = \frac{2e^x}{(e^x+1)^2} > 0$$

donc f est croissante sur $\mathbb{R}$.

$$5) \cdot f(0) = \frac{2 \times e^0}{e^0 + 1} = \frac{2}{2} = 1$$

donc le point $I(0; 1)$ appartient à la courbe $\mathcal{C}$.

$$\begin{aligned} \cdot f'(0) &= \frac{2e^0}{(e^0+1)^2} = \frac{2}{2^2} \\ &= 0,5. \end{aligned}$$

exercice 2:

2) La fonction dérivée est croissante sur $] -\infty; -\frac{3}{2}[$

donc f est convexe sur $] -\infty; -\frac{3}{2}[$.

3) f' admet un maximum en $-\frac{3}{2}$, alors $f''(-\frac{3}{2}) = 0$.

4) $u_0 \leq u_n$ car $(u_n) \nearrow$

donc $u_0 \leq u_n \leq v_n \leq w_n$

et (v_n) minorée par u_0 .

