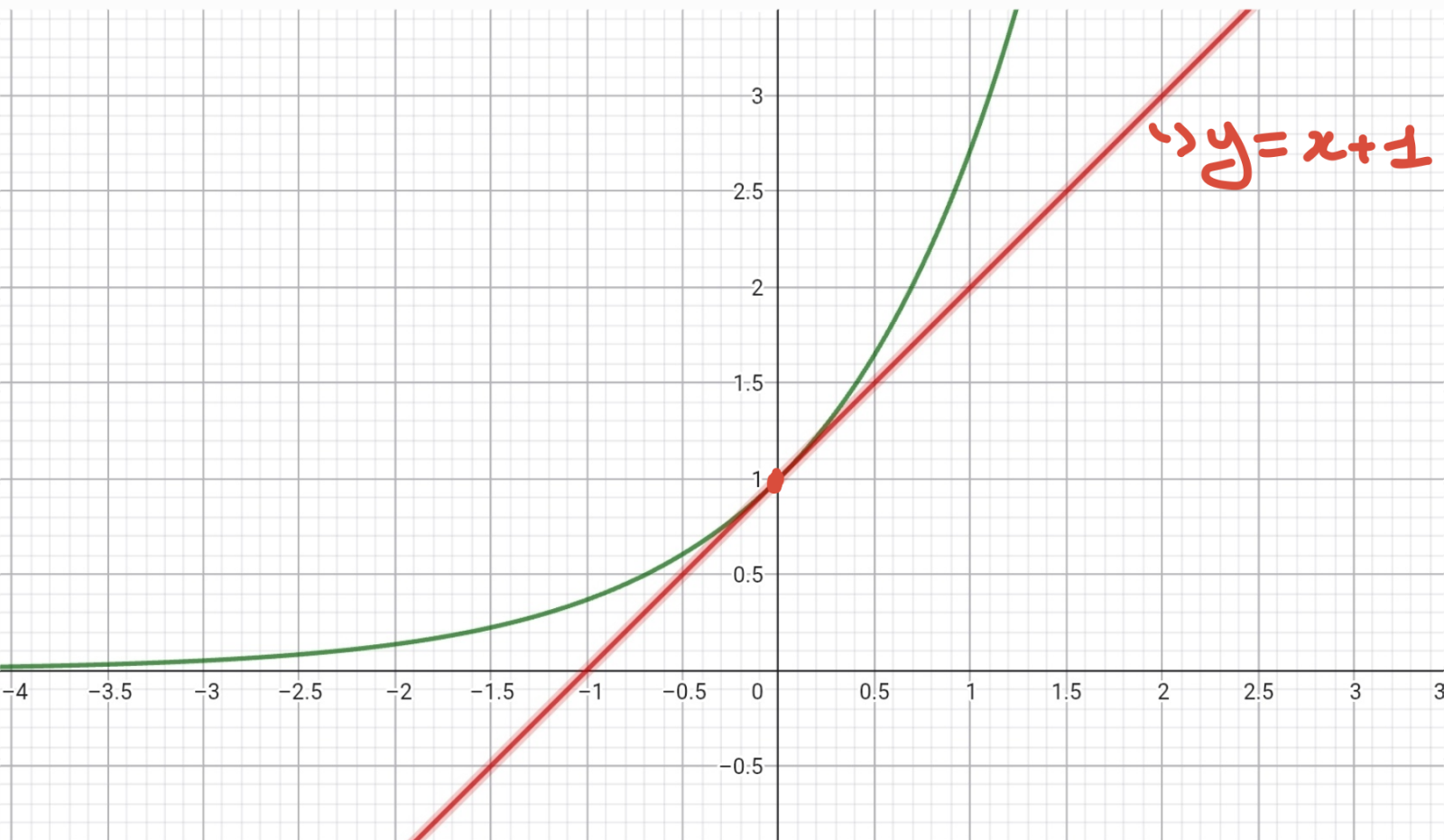


Exponentielle

$$\cdot (e^x)' = e^x$$

$$\cdot (e^u)' = u' e^u$$

$$\text{b) } (e^{2x+1})' = 2 e^{2x+1}$$



• déterminer la tangente d'une fonction f au point d'abscisse a .

$$(), \quad y = f'(a)(x - a) + f(a)$$

exemple: $f(x) = e^{2x+1}$

Donner l'équation de la tangente au point d'abscisse $a = -1$.

$$• \quad f(-1) = e^{2(-1)+1} = e^{-1}$$

$$• \quad f'(x) = 2e^{2x+1}$$

$$(), \quad f'(-1) = 2e^{2(-1)+1} = 2e^{-1}$$

$$\cdot y = f'(-1)(x - (-1)) + f(-1)$$

$$y = 2e^{-1}(x+1) + e^{-1}$$

$$y = 2e^{-1}x + 2e^{-1} + e^{-1}$$

$$y = 2e^{-1}x + 3e^{-1}$$

$$y = e^{-1}(2x+3)$$

EXERCICE 1

Propriétés algébriques

(5 points)

1) Simplifier les expressions suivantes :

a) $A = \frac{e^6 \times e^{-4}}{e^{-3}}$

b) $B = \frac{e^{1+x}}{e^{x+2}}$

c) $C = \frac{(e^{-2x})^3 e^{4x}}{e^{-2x}}$

2) Montrer les égalités suivant pour tout $x \in \mathbb{R}$:

a) $2e^{2x} + 6e^x - 8 = 2(e^x - 1)(e^x + 4)$

b) $\frac{(e^x - 1)(e^x + 1)}{e^{2x}} = 1 - e^{-2x}$

2) a) $\cdot 2e^{2x} + 6e^x - 8$ ✓
 $\cdot 2(e^x - 1)(e^x + 4)$
 $= 2((e^x)^2 + 4e^x - e^x - 4)$
 $= 2(e^{2x} + 3e^x - 4)$
 $= 2e^{2x} + 6e^x - 8$ ✓

$$b) \frac{(e^x - 1)(e^x + 1)}{e^{2x}} = 1 - e^{-2x}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad (\Rightarrow) \quad a \times d = b \times c$$

$$(e^x - 1)(e^x + 1) = e^{2x}(1 - e^{-2x})$$

$$\begin{aligned} &\downarrow \\ (e^x)^2 + \cancel{e^x} - \cancel{e^x} - 1 \\ &= e^{2x} - 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\downarrow \\ e^{2x} - e^{2x} \cdot e^{-2x} \\ &= e^{2x} - e^{2x-2x} \\ &= e^{2x} - e^0 \\ &= e^{2x} - 1 \end{aligned}$$

EXERCICE 2

Résolution équation et inéquation

(4 points)

1) Résoudre les équations suivantes dans $\mathbb{R}$ en se justifiant rigoureusement :

a) $e^{-2x+1} - e^4 = 0$

b) $e^{x^2+x+4} = e^2 e^{4x}$

2) Résoudre les inéquations suivante dans $\mathbb{R}$ en se justifiant rigoureusement :

a) $e^{-x+2} - 1 \geq 0$

b) $(e^x - 1)(2e^x + 1) \leq 0$

But : $e^{\cdot} \begin{cases} \leq \\ \geq \end{cases} e^{\cdot}$

1) a) $e^{-2x+1} - e^4 = 0$

$\Leftrightarrow e^{-2x+1} = e^4$

$\Leftrightarrow -2x + 1 = 4$

$\Leftrightarrow -2x = 4 - 1 = 3$

$\Leftrightarrow x = \frac{3}{-2}$

donc $\mathcal{S} = \left\{ -\frac{3}{2} \right\}$.

b) $e^{x^2+x+4} = e^2 e^{4x}$

$$\Leftrightarrow e^{x^2+x+4} = e^{2+4x}$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x + 4 = 2 + 4x$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x + 4 - 2 - 4x = 0$$

$$\Leftrightarrow \boxed{x^2 - 3x + 2 = 0}$$

$\downarrow$ $\underbrace{\hspace{1cm}}$ $\underbrace{\hspace{1cm}}$
 $a=1$ b c

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$= (-3)^2 - 4 \times 1 \times 2$$

$$= 9 - 8$$

$$= 1 > 0$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = 1$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = 2$$

donc $S = \{1; 2\}$.

2) a) $e^{-x+2} - 1 > 0$

$$\Leftrightarrow e^{-x+2} > 1$$

$$\Leftrightarrow e^{-x+2} > e^0$$

$$\Leftrightarrow -x+2 > 0$$

$$\Leftrightarrow -x > -2$$

$$\Leftrightarrow x \leq \frac{-2}{-1}$$

$$b) (e^x - 1)(2e^x + 1) \leq 0$$

$$\cdot e^x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow e^x \geq 1$$

$$\Leftrightarrow e^x \geq e^0$$

$$\Leftrightarrow x \geq \underline{0}$$

$$\cdot 2e^x + 1 \geq 0, \text{ pour } x \in \mathbb{R}$$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$e^x - 1$	$-$	0	$+$
$2e^x + 1$	$+$	$+$	$+$
$(e^x - 1)(2e^x + 1)$	$-$	0	$+$