

39 Dans chaque cas, donner la bonne réponse.

a) On donne $\vec{u}(2; -4)$ et $\vec{v}(-1; 3)$. Alors ...

(1) $\vec{u} \cdot \vec{v} = 2$ (2) $\vec{u} \cdot \vec{v} = -14$ (3) $\vec{u} \cdot \vec{v} = -10$

b) On donne $\vec{t}(-5; \sqrt{3})$. Alors ...

(1) $\vec{t} \cdot \vec{i} = \sqrt{3}$ (2) $\vec{t} \cdot \vec{j} = -5$ (3) $\vec{t} \cdot \vec{i} = -5$

c) On donne $\vec{w}(-1; 5)$. Alors ...

(1) $\|\vec{w}\| = \sqrt{26}$ (2) $\|\vec{w}\| = \sqrt{24}$ (3) $\|\vec{w}\| = 6$

a)
$$\begin{aligned}\vec{u} \cdot \vec{v} &= 2 \times (-1) + (-4) \times 3 \\ &= -2 - 12 \\ &= -14\end{aligned}$$

b) $\vec{i}(1; 0) \quad \vec{j}(0; 1)$

$$\begin{aligned}\vec{t} \cdot \vec{i} &= -5 \times 1 + \sqrt{3} \times 0 \\ &= -5\end{aligned}$$

c) $\|\vec{w}\| = \sqrt{x_w^2 + y_w^2}$

norme or distance

$$\begin{aligned}\|\vec{w}\| &= \sqrt{(-1)^2 + 5^2} \\ &= \sqrt{1 + 25} \\ &= \sqrt{26}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{u}(x; y) \quad \vec{v}(x'; y') \\ \hookrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy'\end{aligned}$$

40 Dans un repère orthonormé, on donne les points $A(-3; -1)$, $B(-2; 1)$ et $C(2; 0)$.

Calculer :

- a) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ b) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CA}$ c) $\overrightarrow{AB}^2$ d) AB

a) . $\overrightarrow{AB} (1; 2)$
 $\overrightarrow{AC} (5; 1)$

$$A(x_A; y_A) \quad B(x_B; y_B)$$
$$\rightarrow \overrightarrow{AB} (x_B - x_A; y_B - y_A)$$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 1 \times 5 + 2 \times 1 = 7.$$

b) $\vec{CA}(-5; -1)$

$$\begin{aligned}\vec{AB} \cdot \vec{CA} &= 1 \times (-5) + 2 \times (-1) \\ &= -5 - 2 \\ &= -7\end{aligned}$$

c) $\vec{AB}^2 = 1^2 + 2^2 = 5.$

$AB = \|\vec{AB}\|$

↓ ↓

distance norm

d) $AB = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}.$

47 ABC est un triangle tel que :

$$AB = 3, BC = 5 \text{ et } AC = 6.$$

Calculer $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$.



$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = \frac{1}{2} (AB^2 + AC^2 - BC^2)$$

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = \frac{1}{2} (3^2 + 6^2 - 5^2)$$

$$= \frac{1}{2} (9 + 36 - 25)$$

$$= \frac{1}{2} \times 20 = 10.$$

48

 $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont des vecteurs tels que :

$$\|\vec{u}\| = 3, \|\vec{v}\| = 5 \text{ et } \|\vec{v} + \vec{u}\| = 4.$$

Calculer le produit scalaire $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{1}{2} (\|\vec{u} + \vec{v}\|^2 - \|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2)$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{1}{2} (4^2 - 3^2 - 5^2)$$

$$= \frac{1}{2} (16 - 9 - 25)$$

$$= \frac{1}{2} \times -18$$

$$= -9.$$

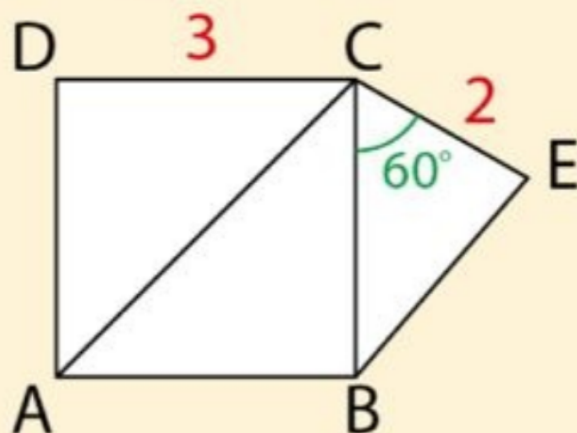
52 ABCD est un carré de côté 3 et BEC est un triangle tel que $CE = 2$ et $\widehat{BCE} = 60^\circ$.

Calculer mentalement :

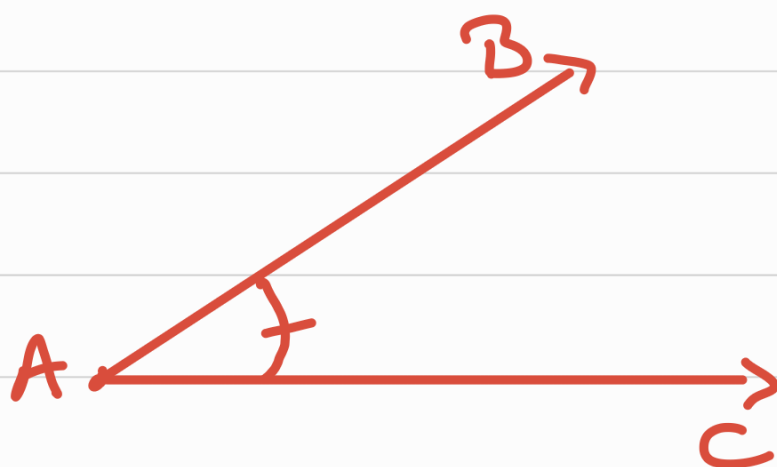
a) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$

b) $\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CE}$

c) $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD}$



$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \times AC \times \cos(\widehat{BAC})$$



a) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \times AC \times \cos(\widehat{BAC})$

$$AB = 3$$

$$AC = \sqrt{3^2 + 3^2}$$

$$= \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

$$\text{et } \cos(\widehat{BAC}) = \cos(45^\circ) \\ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Donc :

$$\begin{aligned} \vec{AB} \cdot \vec{AC} &= 3 \times 3\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \\ &= 9\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow (\sqrt{2})^2 = 2 \\ &= 9 \times \frac{2}{2} \\ &= 9 \end{aligned}$$

$$b) \vec{CD} \cdot \vec{CE} = 3 \times \cancel{2} \times \frac{1}{\cancel{2}} \\ = 3$$

c) Dans un carré les diagonales sont perpendiculaires.

$$\text{Donc } \vec{AC} \cdot \vec{BD} = 0.$$

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux
 $\Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0.$