

Suites

• $f(x) = 3x + 2, \underline{x \in \mathbb{R}}$

↳ $f(2) = 3 \times 2 + 2 = 8$

$u_n = 3n + 2, n \in \mathbb{N}.$

↳ $u_2 = 3 \times 2 + 2 = 8$

- n : rang de la suite
- u_n : terme de rang n .

• $u_n = 3n + 2$, pour tout $n \in \mathbb{N}$

↳ formule explicite

• $\left. \begin{array}{l} u_0 = 1 \end{array} \right\}$

$\left\{ \begin{array}{l} u_{n+1} = 3u_n + 2, \text{ pour tout } n \in \mathbb{N} \end{array} \right.$

↳ formule de récurrence

$\Rightarrow u_1 = 3u_0 + 2 = 3 \times 1 + 2 = 5$

$u_2 = 3u_1 + 2 = 3 \times 5 + 2 = 17$

Exercise 1

Calculer les 4 premiers termes des suites définies de la façon suivante :

1. Pour tout entier naturel $n \geq 0$, $u_n = n^2 + 2n$

2. Pour tout entier naturel $n \geq 0$, $v_n = 100 \times 2^n$

3. $w_0 = 2$ et pour tout entier naturel $n \geq 0$, $w_{n+1} = 3w_n - 4$

4. $x_0 = 3$ et pour tout entier naturel $n \geq 0$, $x_{n+1} = -x_n^2 + x_n + 1$

1) $u_0 = 0^2 + 2 \times 0 = 0$

$$u_1 = 1^2 + 2 \times 1 = 3$$

$$u_2 = 2^2 + 2 \times 2 = 8$$

$$u_3 = 3^2 + 2 \times 3 = 15.$$

3) $w_1 = 3w_0 - 4 = 3 \times 2 - 4$
 $= 2.$

$$\omega_2 = 3\omega_1 - 4$$

$$= 3 \times 2 - 4$$

$$= 2$$

$$\omega_3 = 3\omega_2 - 4$$

$$= 3 \times 2 - 4$$

$$= 2.$$

Variations

- $u_{n+1} - u_n$



$$u_{n+1} - u_n < 0$$



(u_n) décroissante



$$u_{n+1} - u_n > 0$$



(u_n) croissante.

Exercice 3 *

Déterminer le sens de variation de chacune des suites (u_n) définies ci-dessous :

1. Pour tout entier naturel n , $u_n = 0,2n^2 + n - 3$

$$u_{n+1} - u_n$$

$$= [0,2(n+1)^2 + (n+1) - 3]$$

$$- (0,2n^2 + n - 3)$$

$$= [0,2(n^2 + 2n + 1) + n + 1 - 3]$$

$$- 0,2n^2 - n + 3$$

$$= \cancel{0,2n^2} + 0,4n + 0,2 + \cancel{n} + 1 - \cancel{3} - \cancel{0,2n^2} - \cancel{n} + \cancel{3}$$

$$= 0,4n + 1,2$$

$$> 0$$

donc (u_n) est croissante.

4. $u_0 = 0$ et pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = u_n - 2n - 5$

$$u_{n+1} - u_n$$

$$= \cancel{u_n} - 2n - 5 - \cancel{u_n}$$

$$= -2n - 5$$

$$< 0$$

donc (u_n) est décroissante

5. $u_0 = -5$ et pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = u_n + n^2$

$$. u_{n+1} - u_n$$

$$= \cancel{u_n} + n^2 - \cancel{u_n}$$

$$= n^2$$

$$> 0$$

donc (u_n) est croissante.

EXERCICE 1

Monotonie d'une suite

(2 points)

Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $u_n = 2n^2 - n$

1) Montrer que $u_{n+1} - u_n = 4n + 1$.

2) Que peut-on dire de la monotonie de la suite (u_n) sur $\mathbb{N}$? Justifier.

$$1) u_{n+1} - u_n$$

$$= 2(n+1)^2 - (n+1) - (2n^2 - n)$$

$$= 2(n^2 + 2n + 1) - n - 1 - 2n^2 + n$$

$$= \cancel{2n^2} + 4n + 2 - \cancel{n} - 1 - \cancel{2n^2} + \cancel{n}$$

$$= 4n + 1$$

$$2) u_{n+1} - u_n = 4n + 1 > 0$$

donc (u_n) est croissante.

$$\bullet u_n = 2n - 3$$

$$\rightarrow u_{n+1} - u_n$$

$$= 2(n+1) - 3 - (2n - 3)$$

$$= 2n + 2 - 3 - 2n + 3$$

$$= 2 > 0$$

donc (u_n) est croissante.