

# Devoir - Maison

## exercice 1:

$$1) \left\{ \begin{array}{l} P_0 : z = 0 \rightarrow \text{scf} \\ d_B \rightarrow \text{avion B\acute{e}ta.} \end{array} \right.$$

On cherche le point d'intersection de la droite  $d_B$  et du plan  $P_0$ .

$$\begin{aligned} \bullet \quad 11 - 4t &= 0 \quad (\Rightarrow) \quad t = \frac{11}{4} \\ &= 2,75. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \quad x &= -11 + 5 \times 2,75 = 2,75 \\ y &= -5 + 2,75 = -2,25 \\ z &= 11 - 4 \times 2,75 = 0 \end{aligned}$$

donc Les coordonnées du point S sont  $(2,75; -2,25; 0)$ .

2) a) une équation paramétrique de la droite  $d_A$  est :

$$\begin{cases} x = -7 + 2k \\ y = 1 - k \\ z = 7 - 3k \end{cases}, \underline{\underline{k \in \mathbb{R}}}$$

$$\text{b)} \begin{cases} -11 + 5t = -7 + 2k \\ -5 + \textcircled{6} = 1 - k \\ 11 - 4t = 7 - 3k \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -11 + 5t = -7 + 2k \\ t = 1 - k + 5 = \textcircled{6 - k} \\ 11 - 4t = 7 - 3k \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -11 + 5(6-k) = -7 + 2k \\ t = 1 - k + 5 = 6 - k \\ 11 - 4t = 7 - 3k \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -11 + 30 - 5k = -7 + 2k \\ t = 1 - k + 5 = 6 - k \\ 11 - 4t = 7 - 3k \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -5k - 2k = -7 + 11 - 30 \\ t = 1 - k + 5 = 6 - k \\ 11 - 4t = 7 - 3k \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -7k = -26 \\ t = 1 - k + 5 = 6 - k \\ 11 - 4t = 7 - 3k \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} k = 26/7 \\ t = 6 - 26/7 = \frac{16}{7} \\ 11 - 4t = 7 - 3k \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} k = 26/7 \\ t = 6 - 26/7 = \frac{16}{7} \\ \frac{13}{7} \neq -\frac{29}{7} \end{cases}$$

donc le système est impossible et les droites  $d_A$  et  $d_B$  ne s'intersectent pas

Donc les deux avions ne peuvent pas entrer en collision.

3) a)  $-3 = -7 + 2k \Rightarrow k = 2$

$-1 = 1 - k \Rightarrow k = 2$

$1 = 7 - 3k \Rightarrow k = 2$

donc le point E appartient  
à la droite  $d_A$ .

Donc l'avion Alpha passe  
par la position  $E(-3; -1; 1)$ .

b) Le plan  $P_E$  étant perpendiculaire  
à la droite  $d_A$ , alors le  
vecteur  $\vec{u}(2; -1; -3)$  est  
normal au plan  $P_E$ .

$$\bullet \quad 2x - y - 3z + d = 0$$

$$\bullet \quad 2 \times (-3) - (-1) - 3 \times 1 + d = 0$$

$$-6 + 1 - 3 + d = 0$$

$$d - 8 = 0 \quad \Rightarrow \quad d = 8.$$

Donc une équation cartésienne de  $\Pi_E$  est :

$$2x - y - 3z + 8 = 0.$$

$$\textcircled{c} \bullet \quad 2(-11 + 5t) - (-5 + t) - 3(11 - 4t) + 8 = 0$$

$$-22 + 10t + 5 - t - 33 + 12t + 8 = 0$$

$$-50 + 21t = 0 \quad \Leftrightarrow \quad t = \frac{50}{21} = 2$$

$$x = -11 + 5 \times 2 = -1$$

$$y = -5 + 2 = -3$$

$$z = 11 - 4 \times 2 = 3$$

Donc le point F a bien pour coordonnées  $F(-1; -3; 3)$ .

$$d) EF = \sqrt{(-1 - (-3))^2 + (-3 - (-1))^2 + (3 - 1)^2}$$

$$= \sqrt{2^2 + (-2)^2 + 2^2}$$

$$= \sqrt{12}$$

$$= 2\sqrt{3}$$

$$\approx 3,464 \text{ km}$$

Donc cela correspond bien à

$$3464 \text{ m.}$$

$$4) EF = 3464 \text{ m}$$

$$1 \text{ mille nautique} = 1852 \text{ m}$$

$$\text{donc } 3 \text{ milles nautique} = 5556 \text{ m.}$$

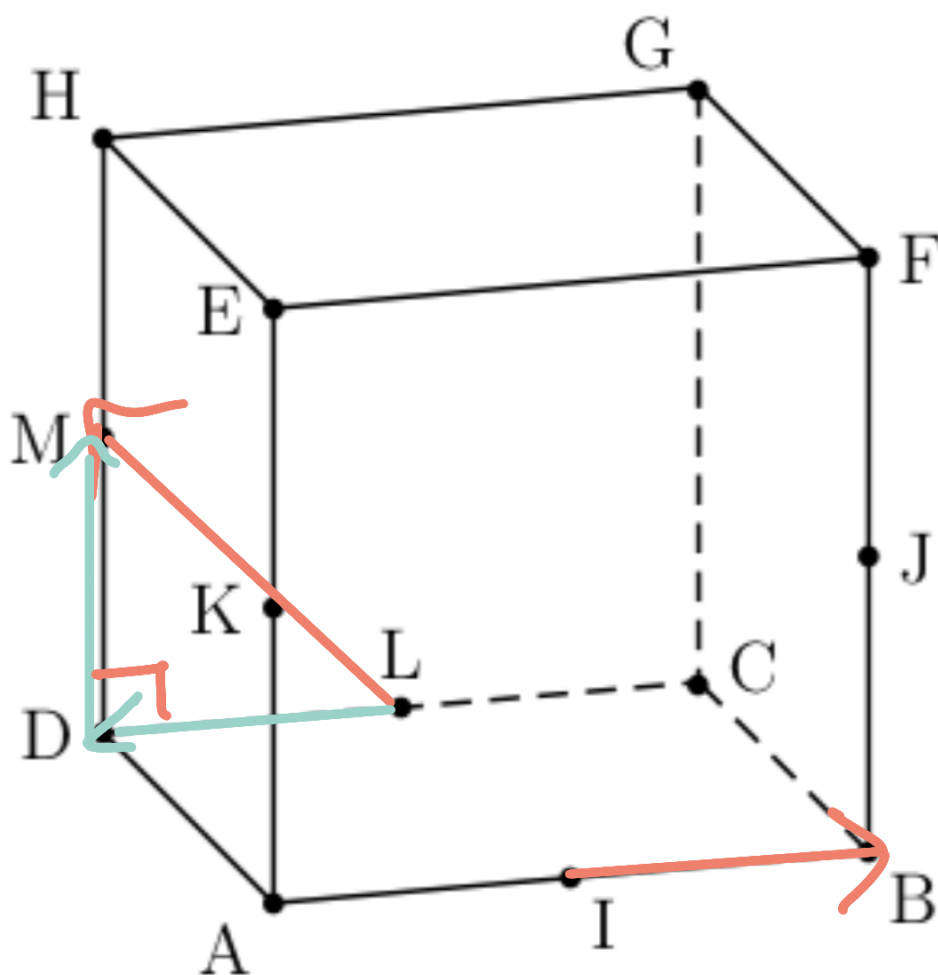
$$\text{or } EF = 3464 \text{ m} < 5556 \text{ m.}$$

Donc les avions Alpha et Bêta ne respectent pas la distance de sécurité.



## exercice 2 :

1)



$$\begin{aligned}\vec{MH} &= \vec{MF} + \vec{FE} + \vec{EH} \\ &= \vec{DH} + \vec{DA} + \vec{BC} \\ &= 2\vec{BI} + \vec{DM} - \vec{CB}\end{aligned}$$

donc l'affirmation est juste.

$$2) \vec{AG} = \vec{AB} + \vec{BG} \\ = \vec{AD} + \vec{AH}$$

donc les vecteurs ne sont pas coplanaires, et donc  $(\vec{AB}; \vec{AH}; \vec{AG})$  n'est pas une base de l'espace.

Donc l'affirmation est fausse.

$$3) \vec{IB} \cdot \vec{IM}$$

$$= \vec{IB} \cdot (\vec{ID} + \vec{DH})$$

$$= \vec{IB} \cdot \vec{ID} + \vec{IB} \cdot \vec{DH}$$

$$= -\vec{ID} \cdot \vec{ID} + \vec{DI} \cdot \vec{DH} = 0 \text{ car ortho.}$$

$$= -LD^2$$

$$= -LD^2$$

$$= -\left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$= -\frac{1}{4}.$$

donc  $P'$  affirmation est vraie.