

Devoir

exercice 1:

1) a) Les coordonnées sont :
 $(-1; e)$ et $(1; e^{-1})$

b) . E_f est au dessous de E_g
sur $]-\infty; -1]$.

. E_g est au - dessus de E_f
sur $[-1; 1]$.

. E_f est au dessus de E_g
sur $[1; +\infty[$.

2) c) d admet un maximum au point d'abscisse $1-\sqrt{2}$.

Donc le point x_0 qui permet d'obtenir une distance $d(x_0)$ maximale est $x_0 = 1-\sqrt{2}$.

$$r_0 N_0 = d(1-\sqrt{2}) \simeq 1,3.$$

3). TVI:

$\rightarrow f$ est continue sur $[a; b]$

$$\rightarrow c \in [f(a); f(b)]$$

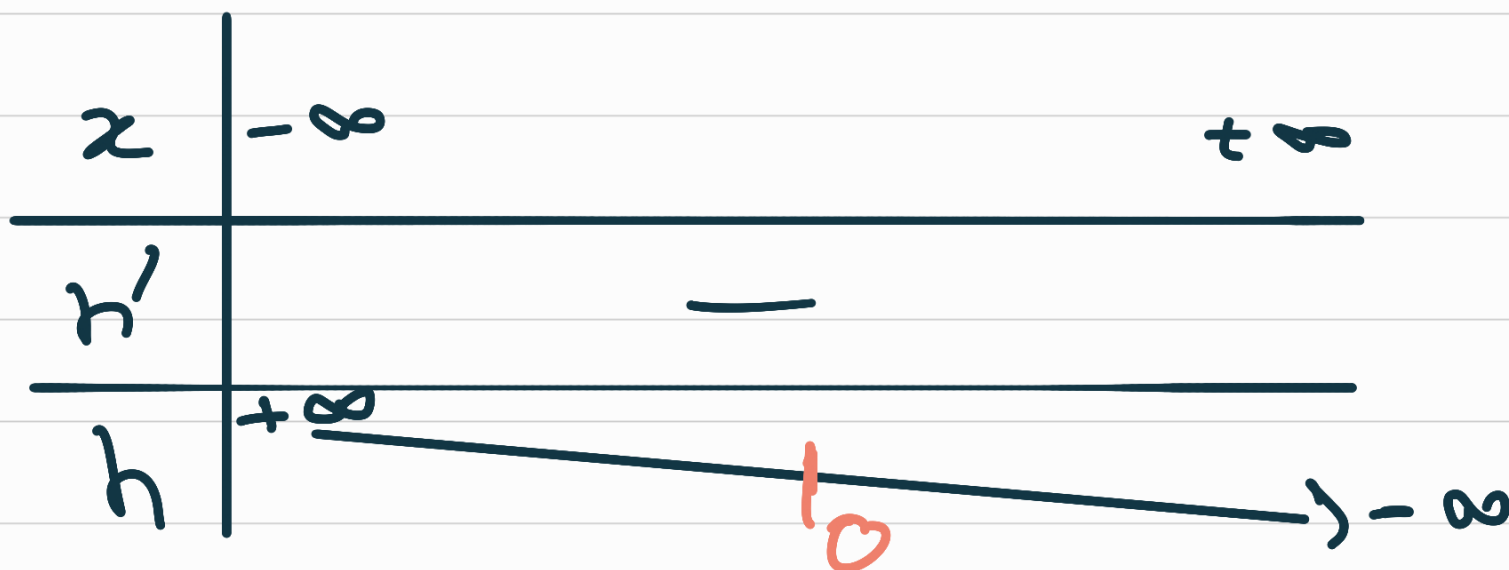
donc il existe au moins une solution. à l'équation $f(x) = c$.

• corollaire :

- f continue sur $[a; b]$
- f strictement monotone sur $[a; b]$
- $c \in [f(a); f(b)]$.

donc il existe une unique solution. à l'équation $f(x) = c$.

$$h'(x) = -e^x - 1 < 0$$



$$h(x) = e^{-x} - x - 2.$$

$$\rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} -x = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$$

donc $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x} = +\infty$ par composition

$\rightarrow h$ continue sur $\mathbb{R}$

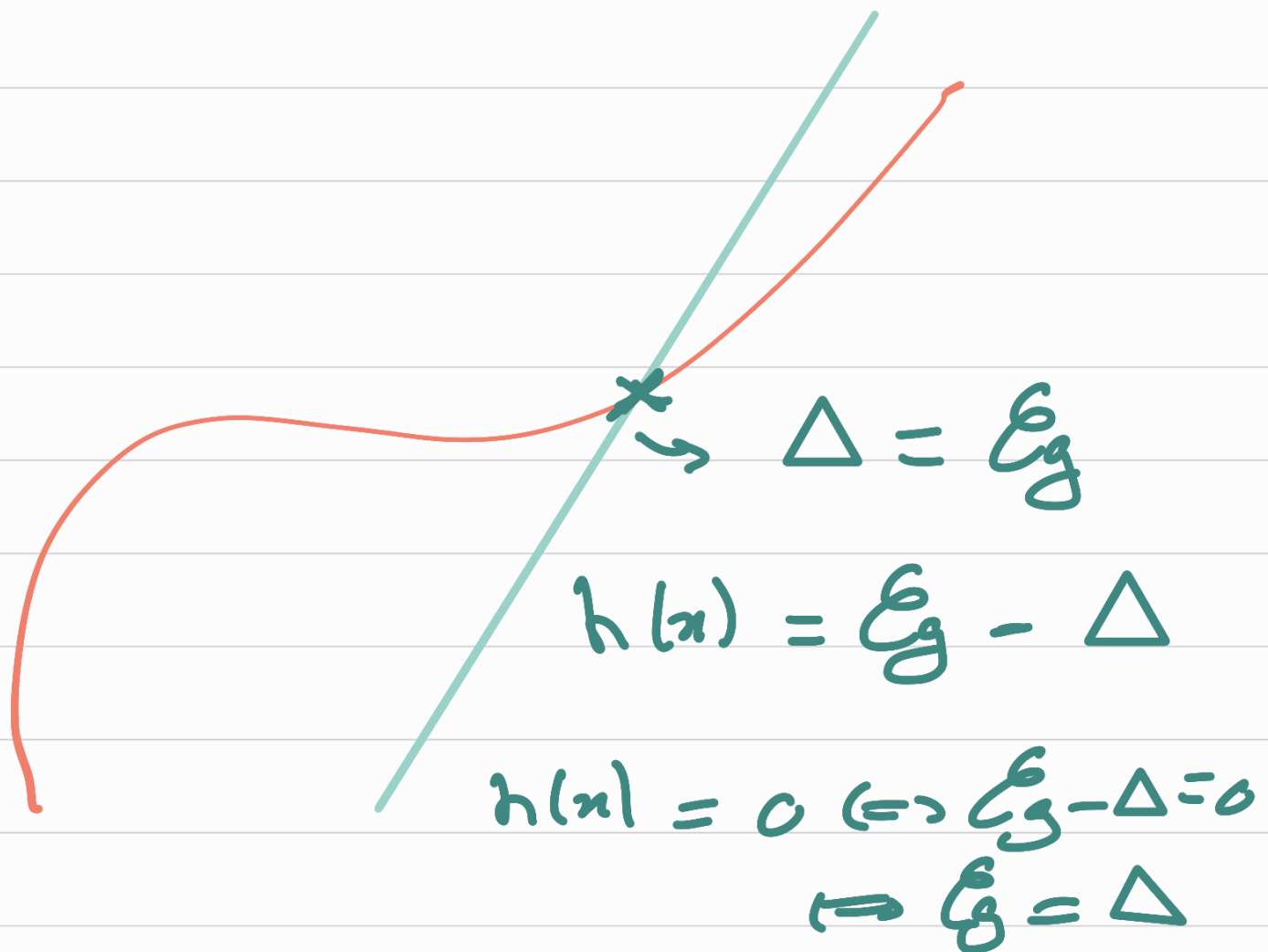
$\rightarrow h$ strictement décroissante sur $\mathbb{R}$

$$\rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) = +\infty > 0$$

$$\text{et } \lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = -\infty < 0$$

donc d'après le corollaire
du théorème des valeurs
intermédiaires l'équation $h(x) = 0$
admet une unique solution
sur $\mathbb{R}$.

Donc il y a un unique
point d'intersection de la
droite Δ et la courbe $\mathcal{C}_g$.



exercice 4:

Partie I:

3) $\rightarrow g$ est continue sur $]0; +\infty[$

$\rightarrow g$ est strictement croissante
sur $]0; +\infty[$.

$$\rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} g(x) = -\infty < 0$$

$$\text{et } \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty > 0$$

donc d'après le théorème
de la bijection l'équation
 $g(x) = 0$ admet une unique
solution α sur $]0; +\infty[$.

4) $g(1) = 0 \Leftrightarrow \alpha = 1$

x	0	1	$+\infty$
$g(x)$	-	0	+

Partie II :

1) a) $f'(x) = \frac{1}{x^2} (\ln(x) - 1)$
 $+ (2 - \frac{1}{x}) \times \frac{1}{x}$

$$= \frac{\ln(x)}{x^2} - \frac{1}{x^2} + \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2}$$

$$= \frac{\ln(x) + 2x - 2}{x^2}$$

$$= \frac{g(x)}{x^2 > 0}$$

b)

x	0	$\frac{1}{2}$	1	e	$+\infty$
f'		-	ϕ	+	
f		$\searrow$	-2	$\nearrow$	

$$2) \left(2 - \frac{1}{x}\right) \left(\ln(x) - 1\right) = 0$$

$$2 - \frac{1}{x} = 0$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$\ln(x) - 1 = 0$$

$$\ln(x) = 1$$

$$x = e$$

x	0	$\frac{1}{2}$	e	$+\infty$
f	+	0	0	+