

Logarithme

exercice:

Simplifier les écritures:

$$\ln(3) + \ln(4) - \ln(6)$$

$\ln(a \times b)$

$$= \ln(3 \times 4) - \ln(6)$$

$$= \ln(12) - \ln(6)$$

$\ln(a/b)$

$$= \ln\left(\frac{12}{6}\right) = \ln(2).$$

$$\bullet 4P_n(3) - P_n(9) + 2P_n(27).$$

$$= P_n(3^4) - P_n(9) + P_n(27^2)$$

$$= P_n\left(\frac{3^4}{9}\right) + P_n(27^2)$$

$$= P_n(9) + P_n(27^2).$$

$$= P_n(9 \times 27^2)$$

$$= P_n(3^2 \times (3^3)^2)$$

$$= P_n(3^2 \times 3^6)$$

$$= P_n(3^8)$$

$$= 8P_n(3)$$

$$= P_n(6561)$$

$$3^8 = 6561$$

$$= P_n(3^8)$$

$$= 8P_n(3).$$

$$\begin{aligned}
& \cdot 4P_n(8) - 3P_n(4) + 2P_n(2) \\
&= P_n(8^4) - P_n(4^3) + P_n(2^2) \\
&= P_n\left(\frac{8^4}{4^3}\right) + P_n(2^2) \\
&= P_n(64) + P_n(4) \\
&= P_n(64 \times 4) \\
&= P_n(2^6 \times 2^2) \\
&= P_n(2^{6+2}) \\
&= P_n(2^8) = 8P_n(2).
\end{aligned}$$

exercice :

$$\bullet \quad \ln(5x+1) = \ln(x-1).$$

$$\bullet \quad 5x+1 > 0 \Leftrightarrow x > -\frac{1}{5}$$

$$\bullet \quad x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$$



$\Rightarrow$ ensemble de résolution : $]1; +\infty[$

$$\Leftrightarrow 5x+1 = x-1$$

$$\Leftrightarrow x = -0,5 \notin]1; +\infty[.$$

$$\text{donc } \mathcal{S} = \emptyset$$

$$\bullet P_n(6x-2) = P_n(2x-1).$$

$$\bullet 6x-2 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{3}$$

$$\bullet 2x-1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$$

$\rightarrow$ ensemble de résolution : $] \frac{1}{2}; +\infty[$

$$P_n(6x-2) = P_n(2x-1)$$

$$\Leftrightarrow 6x-2 = 2x-1$$

$$\Leftrightarrow 4x = 1$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{4} \notin] \frac{1}{2}; +\infty[.$$

$$\text{donc } \mathcal{S} = \emptyset$$

$$\bullet \ln(x) + 1 = 3.$$

$$\ln(x) = 3 - 1 = 2$$

$$\ln(x) = \frac{2}{2} = 1$$

$$\ln(x) = 1$$

$$x = e^1 > 0$$

$$\bullet 2 + 3\ln(3x-2) = -1$$

$$3\ln(3x-2) = -1 - 2$$

$$\ln(3x-2) = \frac{-3}{3} = -1$$

$$\bullet \ln(3x-2) = -1 \quad \rightarrow 3x-2 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{2}{3}$$

$$3x-2 = e^{-1}$$

$$3x = e^{-1} + 2$$

$$x = \frac{e^{-1} + 2}{3}$$

$$\bullet \ln(3x-4) = 0 \quad \rightarrow 3x-4 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{4}{3}$$

$$\Leftrightarrow \ln(3x-4) = \ln(1)$$

$$\Leftrightarrow 3x-4 = 1$$

$$\Leftrightarrow 3x = 5$$

$$\Rightarrow x = \frac{5}{3} > \frac{4}{3} \quad \checkmark$$

$$\bullet e^{3x+2} = 4$$

$$3x+2 = \ln(4)$$

$$3x = \ln(4) - 2$$

$$x = \frac{\ln(4) - 2}{3}$$

$$e^{\ln(3x+4)}$$

$$\bullet \ln(e^{3x+4}) = 5$$

$$3x+4 = 5$$

$$3x = 1$$

$$x = \frac{1}{3}$$

$$\cdot P_n(3x-4) > P_n(4x-1)$$

$$\rightarrow 3x-4 \Leftrightarrow x > \frac{4}{3}$$

$$\rightarrow 4x-1 \Leftrightarrow x > \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \text{résolution : }]\frac{4}{3}; +\infty[.$$

$$P_n(3x-4) > P_n(4x-1)$$

$$\Leftrightarrow 3x-4 > 4x-1$$

$$\Leftrightarrow -x > 3$$

$$\Leftrightarrow x < -3$$

$$\text{donc } \mathcal{S} = \emptyset.$$

$$\bullet \quad 1 - 2P_n(2x) \geq 0.$$

$$\hookrightarrow 2x > 0 \Leftrightarrow x > 0$$

$$\Leftrightarrow -2P_n(2x) \geq -1$$

$$\Leftrightarrow P_n(2x) \leq \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow 2x \leq e^{+1/2}$$

$$\Leftrightarrow x \leq \frac{e^{+1/2}}{2}$$

$$\hookrightarrow]-\infty, \frac{e^{+1/2}}{2}]$$

$$\text{Donc } \mathcal{D} =]0, \frac{e^{+1/2}}{2}].$$

$$\bullet 2 + 3\ln(2x) \leq 0.$$

$\rightarrow x > 0$

$$\Leftrightarrow 3\ln(2x) \leq -2$$

$$\Leftrightarrow \ln(2x) \leq -\frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow 2x \leq e^{-2/3}$$

$$\Leftrightarrow x \leq \frac{e^{-2/3}}{2} \rightarrow]-\cancel{0}; \frac{e^{-2/3}}{2}]$$

$$\text{donc } \mathcal{S} =]0; \frac{e^{-2/3}}{2}]$$