

Géométrie

1. On considère les points $A(-1; 0; 5)$ et $B(3; 2; -1)$. $O(0; 0; 0)$

Affirmation 1 : Une représentation paramétrique de la droite (AB) est

$$\vec{AB}(4; 2; -6)$$

$$\begin{cases} x = 3 + 4t \\ y = 2 + 2t \\ z = -1 - 6t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

$$\vec{u}(4; 2; -6)$$

$$\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 2 - t \\ z = -1 + 3t \end{cases} \text{ avec } t \in \mathbb{R}$$

$$\vec{v}(-2; -1; 3)$$

$$\cdot \frac{4}{-2} = -2$$

$$\cdot \frac{2}{-1} = -2$$

$$\cdot \frac{-6}{3} = -2$$

✓

Affirmation 2 : Le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ est normal au plan (OAB) .

$$\vec{OA}(-1; 0; 5) \quad \vec{OB}(3; 2; -1)$$

→ non-collinéaires

$$\vec{OA} \cdot \vec{n} = 0$$

$$\vec{OB} \cdot \vec{n} = 10 \neq 0$$

donc $\vec{OA}$ et $\vec{n}$ ne sont pas ortho. et donc $\vec{n}$ n'est pas normal au plan (OAB) .

2. On considère :

- la droite d de représentation paramétrique $\begin{cases} x = 15 + k \\ y = 8 - k \\ z = -6 + 2k \end{cases}$ avec $k \in \mathbb{R}$;
- la droite d' de représentation paramétrique $\begin{cases} x = 1 + 4s \\ y = 2 + 4s \\ z = 1 - 6s \end{cases}$ avec $s \in \mathbb{R}$.

Affirmation 3 : Les droites d et d' ne sont pas coplanaires.

3. On considère le plan $\mathcal{P}$ d'équation $x - y + z + 1 = 0$. $\vec{n}(1; -1; 1)$ directeur de la droite

Affirmation 4 : La distance du point $C(2; -1; 2)$ au plan $\mathcal{P}$ est égale à $2\sqrt{3}$.

$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - t \\ z = 2 + t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

$$k = -14 + 4s \Rightarrow k = -4$$

$$8 - (-14 + 4s) = 2 + 4s$$

$$8 + 14 - 4s = 2 + 4s$$

$$20 = 8s \Rightarrow s = \frac{5}{2}$$

$$-6 - 2x - 4 = -14$$

$$1 - 6 \times \frac{5}{2} = -14$$

$$x = 15 - 4 = 11$$

$$y = 8 + 4 = 12$$

$$z = -6 + 2x - 4 = -14$$

$$\text{dac } L(11; 12; -14).$$

$$x - y + z + 1 = 0$$

$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - t \\ z = 2 + t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

$$\Rightarrow 2 + t - (-1 - t) + 2 + t + 1 = 0$$

$$2 + t + 1 + t + 2 + t + 1 = 0$$

$$3t + 6 = 0$$

$$t = -\frac{6}{3} = -2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2 - 2 = 0 \\ y = -1 - (-2) = 1 \\ z = 2 - 2 = 0 \end{cases} \quad H(0; 1; 0)$$

$$\vec{CH}(-2; 2; -2)$$

$$CH = \sqrt{(-2)^2 + 2^2 + (-2)^2}$$

$$= \sqrt{12}$$

$$= 2\sqrt{3}. \quad \checkmark$$

① $\vec{n}(x_1; y_1; z_1) \rightarrow$ normal $\mathcal{P}$

$A(x_A; y_A; z_A) \rightarrow$ on cherche son projeté

$$\begin{cases} x = x_A + x_1 t \\ y = y_A + y_1 t \\ z = z_A + z_1 t \end{cases}, \quad t \in \mathbb{R}.$$

② Trouver l'intersection de la droite et du plan.

(, on remplace les x, y, z de l'équation cartésienne du plan par les x, y, z de l'équation paramétrique de la droite

(, on résout l'équation en t

③ on prend la valeur de t et on la met dans l'équation paramétrique de la droite pour trouver les coordonnées de projeté orthogonal.

EXERCICE 4

Suite arithmético-géométrique

(5 points)

Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $u_0 = 7$ et $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = 0,5u_n + 3$.

On pose $v_n = u_n - 6$

- 1) a) Montrer que la suite (v_n) est géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
b) Exprimer v_n puis u_n en fonction de n .
c) Donner une valeur approchée de u_8 à 10^{-3} près.
Que peut-on conjecturer sur la limite de la suite ? Justifier.
- 2) On note $S = v_0 + v_1 + \dots + v_{100}$.
 - a) Déterminer la valeur exacte de S puis une valeur approchée.
 - b) En déduire une valeur approchée de la somme $S' = u_0 + u_1 + \dots + u_{100}$.

$$u_n = v_n + 6$$

$$S' = u_0 + \dots + u_{100}$$

$$= v_0 + 6 + \dots + v_{100} + 6$$

$$= 6 \times 101 + (v_0 + \dots + v_{100})$$

$$= 606 + 2$$

$$= 608.$$