

Logarithme

exercice 2:

5) R $x^3 = -3$

$$\Rightarrow x^3 = e^{-3}$$

$$\Rightarrow x = (e^{-3})^{\frac{1}{3}}$$

$$\Rightarrow x = e^{-3 \times \frac{1}{3}}$$

$$\Rightarrow x = e^{-1}$$

donc $\mathcal{D} = \{ \underline{e^{-1}} \}$

$$\mathcal{D} =]0; +\infty[$$

$$7) P_n(x^2 - 1) = P_n(4) + P_n(2)$$

$$\Leftrightarrow P_n(x^2 - 1) = P_n(4 \times 2)$$

$$\Leftrightarrow P_n(x^2 - 1) = P_n(8)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 1 = 8$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 8 + 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 9$$

$$\Leftrightarrow x = \pm \sqrt{9} = \pm 3.$$

$$\text{donc } \Delta = \{3; -3\}.$$

$$\mathcal{D} =]-\infty; -1[\cup]1; +\infty[$$

$$4) P_n\left(\frac{x}{3}\right) = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{3} = e^2$$

$$\Leftrightarrow x = 3e^2 > 0$$

x	0	1	$+\infty$
$P_n(x)$	$-$	0	$+$

BAC Blanc

exercice 1:

$$\begin{aligned} 1) \text{ a) } f'(x) &= \ln(x) + \cancel{x} \times \frac{1}{\cancel{x}} - 1 \\ &= \ln(x) + 1 - 1 \\ &= \ln(x) \end{aligned}$$

$$\text{b) } y = f'(e)(x - e) + f(e)$$

$$\text{or. } f'(e) = \ln(e) = 1$$

$$\cdot f(e) = e \ln(e) - e - 2$$

$$= e \times 1 - e - 2 = -2$$

donc $y = (x - e) - 2$

$$y = x - e - 2$$

c) $f''(x) = \frac{1}{x} > 0$

donc f est convexe sur $]0; +\infty[$. Donc la tangente T est en-dessous de la courbe $\mathcal{C}$.

2) a) $\overbrace{0x - \infty - 0 - 2}^{F.I}$

lim $x \ln(x) = 0$ par croissance comparée
 $x \rightarrow 0$

$$\lim_{x \rightarrow 0} -x - 2 = -2.$$

donc par somme de limites
on a :

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -2$$

$$\begin{aligned} & +\infty \times +\infty - \infty - 2 \\ & = \underbrace{+\infty - \infty}_{F.I.} - 2 \end{aligned}$$

$$f(x) = x \left(P_n(x) - 1 - \frac{2}{x} \right)$$

$$\text{or } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{x} = 0 \text{ et } \lim_{x \rightarrow +\infty} P_n(x) = +\infty$$

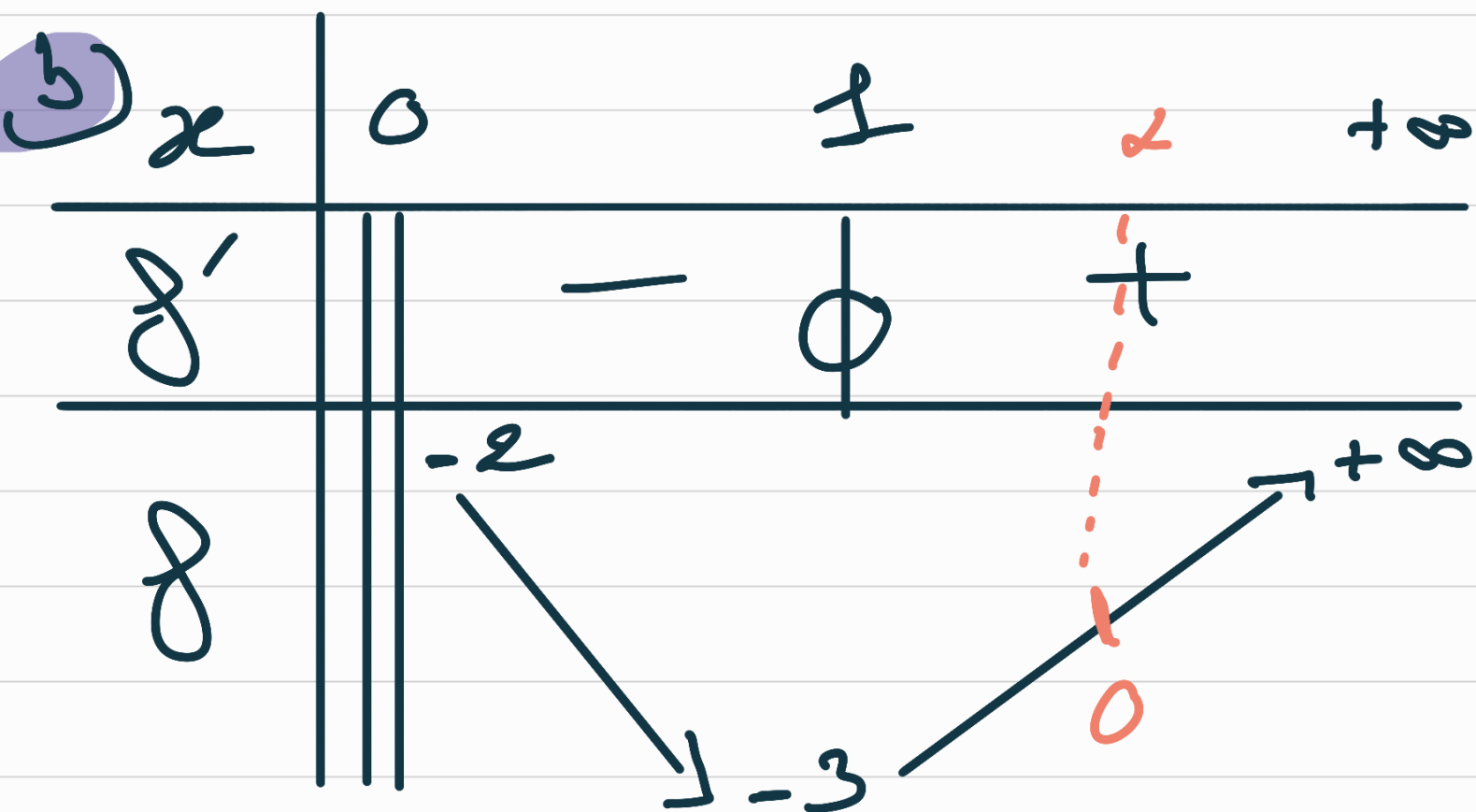
donc par somme de limites,

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(P_n(x) - 1 - \frac{2}{x} \right) = +\infty$$

et $\lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty$.

Donc par produit de limites on a :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty.$$



3) $g \rightarrow f$ continue sur $[1; +\infty[$

$\rightarrow f$ strictement croissante sur $[1; +\infty[$.

$$\rightarrow f(1) = -3 < 0$$

$$\text{et } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty > 0$$

donc d'après le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution sur $[1; +\infty[$.

$$\text{or sur }]0; 1], f(x) < 0$$

Donc l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution sur $]0; +\infty[$.

b) $f(4,3) < 0$ et $f(4,4) > 0$

done $4,3 < \alpha < 4,4$.

c)

x	0	α	$+\infty$
f			
		— 0 +	

$$f'(x) = 2x(-1 + \ln(x)) + x^{\cancel{2}} \times \frac{1}{\cancel{x}}$$

$$= -2x + 2x \ln(x) + x$$

$$= -x + 2x \ln(x)$$

$$= \underset{>0}{x}(-1 + 2\ln(x))$$

$$f'(\sqrt{e}) = -\sqrt{e} + 2\sqrt{e} \ln(\sqrt{e})$$

$$= -\sqrt{e} + \cancel{2}\sqrt{e} \times \frac{1}{\cancel{2}}$$

$$= -\sqrt{e} + \sqrt{e} = 0$$