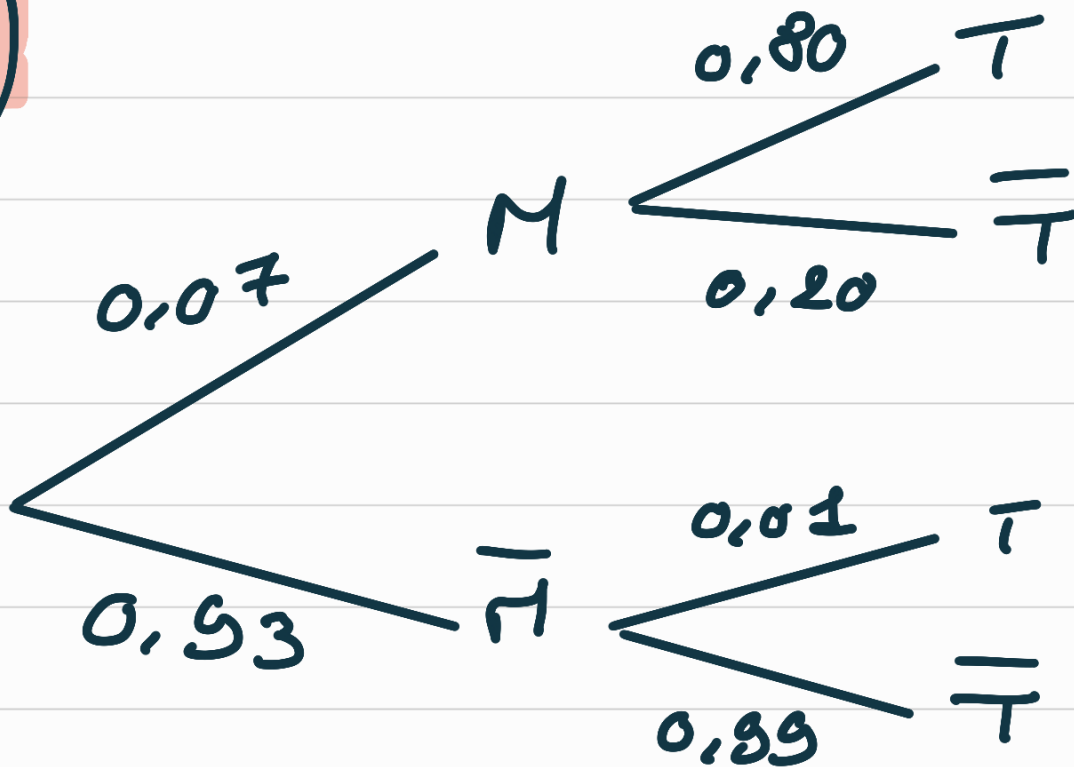


# Sujet 1:

## exercice 1:

1)



2) a)  $IP(M \cap T) = 0,07 \times 0,80$   
 $= 0,056$

donc la probabilité que la personne soit infectée par la

maladie et que son test soit positif est de 0,056.

b) D'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(T) &= P(M \cap T) + P(\bar{M} \cap T) \\ &= 0,07 \times 0,80 + 0,93 \times 0,01 \\ &= 0,0653 \end{aligned}$$

donc la probabilité que le test soit positif est de 0,0653.

$$3) P_T(M) = \frac{P(M \cap T)}{P(T)} = \frac{0,056}{0,0653}$$

$$\approx 0,86.$$

donc la probabilité qu'elle soit infectée sachant que son test est positif est d'environ 0,86.

4) a) Il s'agit d'une expérience à deux issues, le succès est le test est positif de probabilité de 0,0653. On répète cette expérience 10 fois de manière identiques et indépendantes.

Donc  $X \sim \mathcal{B}(10; 0,0653)$ .

$$\text{b) } \mathbb{P}(X=2) = \binom{10}{2} (0,0653)^2 (1-0,0653)^{10-2} \\ \approx 0,11$$

donc la probabilité qu'

exactement deux personnes aient un test positif est de 0,11.

$$5) \mathbb{P}(X \geq 1) > 0,99$$

$$\Leftrightarrow 1 - \mathbb{P}(X=0) > 0,99$$

$$\Leftrightarrow -\mathbb{P}(X=0) > 0,99 - 1$$

$$\Leftrightarrow -\mathbb{P}(X=0) > -0,01$$

$$\Leftrightarrow \mathbb{P}(X=0) \leq 0,01$$

$$\Leftrightarrow (1 - 0,0653)^n \leq 0,01$$

$$\mathbb{P}(X=0) = (1 - p)^n$$

$$\Leftrightarrow (0,9347)^n \leq 0,01.$$

$$\Rightarrow n P_n(0,9347) \leq P_n(0,01)$$

$$\Rightarrow n \geq \frac{P_n(0,01)}{P_n(0,9347)} \approx 68,2$$

$$P_n(0, \dots) < 0$$

donc le nombre minimum de personnes à tester pour que la probabilité qu'au moins une de ces personnes ait un test positif est 69 personnes.

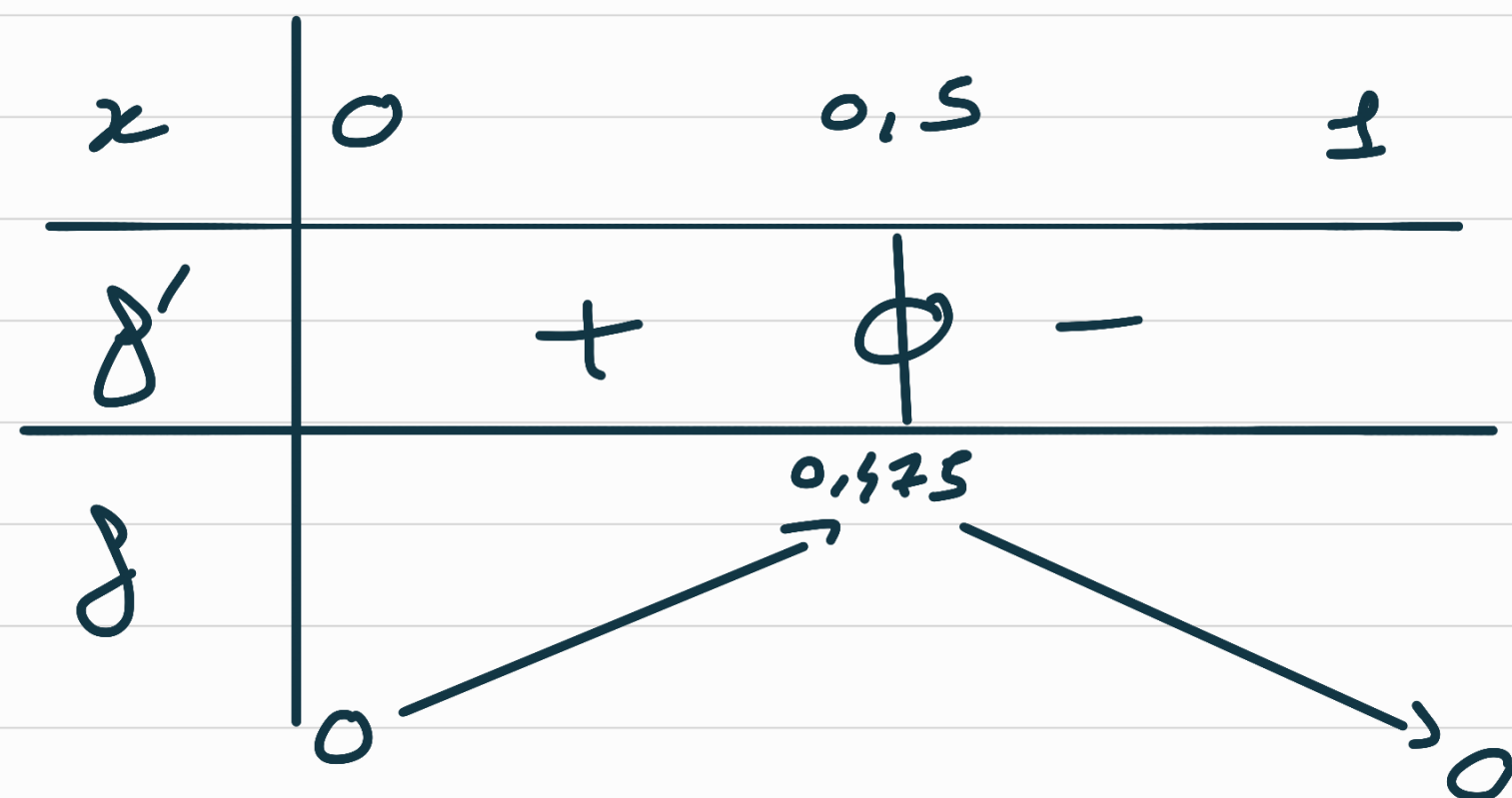
## exercice 2:

### Partie 1:

1) a)  $f'(x) = 1,9 - 3,8x$

$$f'(x) \geq 0 \Leftrightarrow 1,9 - 3,8x \geq 0$$

$$\Leftrightarrow x \leq 0,5.$$

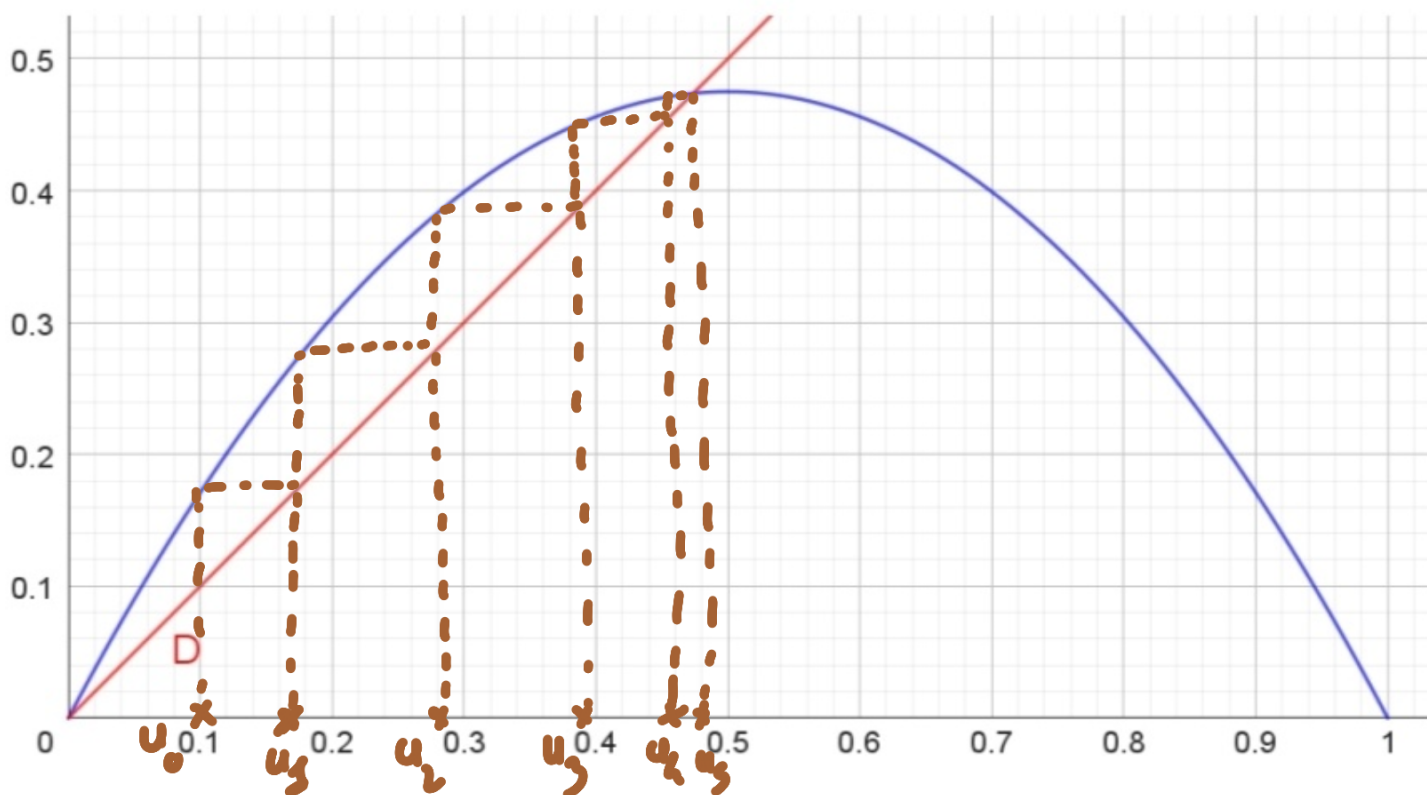


b) Sur  $[0; 1]$ ,  $f$  admet pour maximum  $0,475 < 1$  et pour

minimum 0, donc si  $x \in [0, 1]$ ,  
alors  $f(x) \in [0, 1]$ .

2)

Exercice 2 :  $f(x) = 1.9x(1 - x)$  et  $(D) y = x$



$$3) a) 0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq \frac{1}{2}$$

or  $u_{n+1} = f(u_n)$  et  $f$  est strictement croissante sur  $[0; 0,5]$ .

$$\text{d'où } f(0) \leq f(u_n) \leq f(u_{n+1}) \leq f(1/2)$$

$$0 \leq u_{n+1} \leq u_{n+2} \leq 0,475 \leq \frac{1}{2}$$

$$\text{donc } 0 \leq u_{n+1} \leq u_{n+2} \leq \frac{1}{2}$$

- - - -

b)  $(u_n)$  est croissante + majorée par  $1/2 \Rightarrow$  converge.