

Exercice 3**5 points**

Dans un repère orthonormé de l'espace, on considère les points suivants :

$$A(2; -1; 0), B(3; -1; 2), C(0; 4; 1) \text{ et } S(0; 1; 4)$$

1. Montrer que le triangle ABC est rectangle en A .
2. a. Montrer que le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ est orthogonal au plan (ABC) .
b. En déduire une équation cartésienne du plan (ABC) .
c. Montrer que les points A, B, C et S ne sont pas coplanaires.
3. Soit (d) la droite orthogonale au plan (ABC) passant par S . Elle coupe le plan (ABC) en H .
a. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (d) .
b. Montrer que les coordonnées du point H sont $H(2; 2; 3)$.
4. On rappelle que le volume V d'un tétraèdre est $V = \frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$.
Calculer le volume du tétraèdre $SABC$.
5. a. Calculer la longueur SA .
b. On indique que $SB = \sqrt{17}$.
En déduire une mesure de l'angle $\widehat{ASB}$ approchée au dixième de degré.

$$\textcircled{1} \quad \vec{AB}(1; 0; 2) \\ \vec{AC}(-2; 5; 1)$$

$$\text{donc } \vec{AB} \cdot \vec{AC} = 1 \times -2 + 0 \times 5 + 2 \times 1 \\ = -2 + 2 = 0$$

donc le triangle est rectangle en A.

2) a) Les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$ ne sont colinéaires donc définissent un plan (ABC).

$$\vec{n} \cdot \vec{AB} = 2x + 1 + 1x + 2x - 1 = 0$$

$$\vec{n} \cdot \vec{AC} = 2x - 2 + 1x + 1x - 1 = 0$$

donc le vecteur $\vec{n}$ est orthogonal aux deux vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$ et donc $\vec{n}$ est normal au plan (ABC).

$$b) 2x + y - z + d = 0$$

$$A(2; -1; 0) \Rightarrow d = -3$$

$$\text{donc } \boxed{2x + y - z - 3 = 0}$$

c) $S(0; 1; 4)$



$$2 \times 0 + 1 - 4 - 3 = -6 \neq 0$$

donc S n'appartient pas au plan (ABC) et donc les points A, B, C, S ne sont pas coplanaires.

3) a) Comme la droite (d) est orthogonale au plan (ABC) , alors un vecteur directeur est $\vec{n}(2; 1; -1)$.

$$(d): \begin{cases} x = 2t \\ y = 1 + t \\ z = 4 - t \end{cases}, \quad \underline{\underline{t \in \mathbb{R}}}$$

$$b) 2 \times 2t + 1 + t - (4 - t) - 3 = 0$$

$$4t + 1 + t - 4 + t - 3 = 0$$

$$6t - 6 = 0$$

$$t = \frac{6}{6} = 1$$

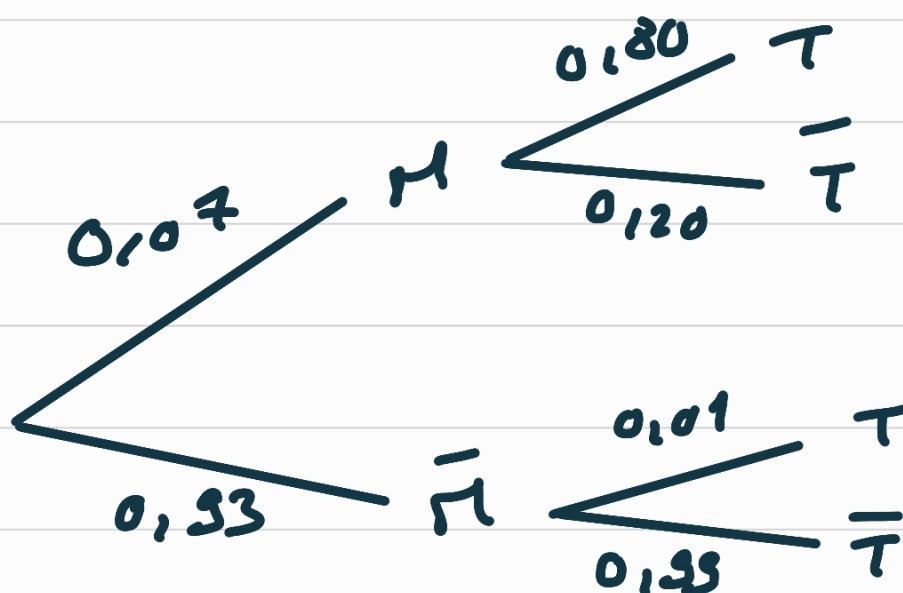
done $H(2; 2; 3)$

Un test est mis au point pour détecter une maladie dans un pays.
 Selon les autorités sanitaires de ce pays, 7% des habitants sont infectés par cette maladie.
 Parmi les individus infectés, 20% sont déclarés négatifs.
 Parmi les individus sains, 1% sont déclarés positifs.
 Une personne est choisie au hasard dans la population.

On note :

- M l'évènement "la personne est infectée par la maladie" ;
- T l'évènement "le test est positif".

1. Construire un arbre pondéré modélisant la situation proposée.
2. a. Quelle est la probabilité pour que la personne soit infectée par la maladie et que son test soit positif?
 b. Montrer que la probabilité que son test soit positif est de 0.0653.
3. On sait que le test de la personne choisie est positif. *au moins $\rightarrow X \geq$*
 Quelle est la probabilité qu'elle soit infectée ? *au plus $\rightarrow X \leq$*
 On donnera le résultat sous forme approchée à 10^{-2} près.
4. On choisit dix personnes au hasard dans la population. La taille de la population de ce pays permet d'assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise.
 On note X la variable aléatoire qui comptabilise le nombre d'individus ayant un test positif parmi les dix personnes.
 a. Quelle est la loi de probabilité suivie par X ? Préciser ses paramètres.
 b. Déterminer la probabilité pour qu'exactement deux personnes aient un test positif.
 On donnera le résultat sous forme approchée à 10^{-2} près.
(, $X =$



$$2) \quad \mathbb{P}(A \cap T) = 0,07 \times 0,80 \\ = 0,056$$

donc la proba...

3) D'après la formule des probabilités totales:

$$\mathbb{P}(T) = \mathbb{P}(A \cap T) + \mathbb{P}(\bar{A} \cap T) \\ = 0,056 + 0,93 \times 0,01 \\ = 0,0653.$$

$$3) \quad \mathbb{P}_T(A) = \frac{\mathbb{P}(A \cap T)}{\mathbb{P}(T)} = \frac{0,056}{0,0653} \\ \approx 0,86.$$

$$4) a) X \hookrightarrow \mathcal{D}(10; 0,0653)$$

car on répète 10 fois une expérience de manière identique et indépendante.

$$b) \mathbb{P}(X=2) = \binom{10}{2} 0,0653^2 (1-0,0653)^{10-2} \\ \approx 0,11$$