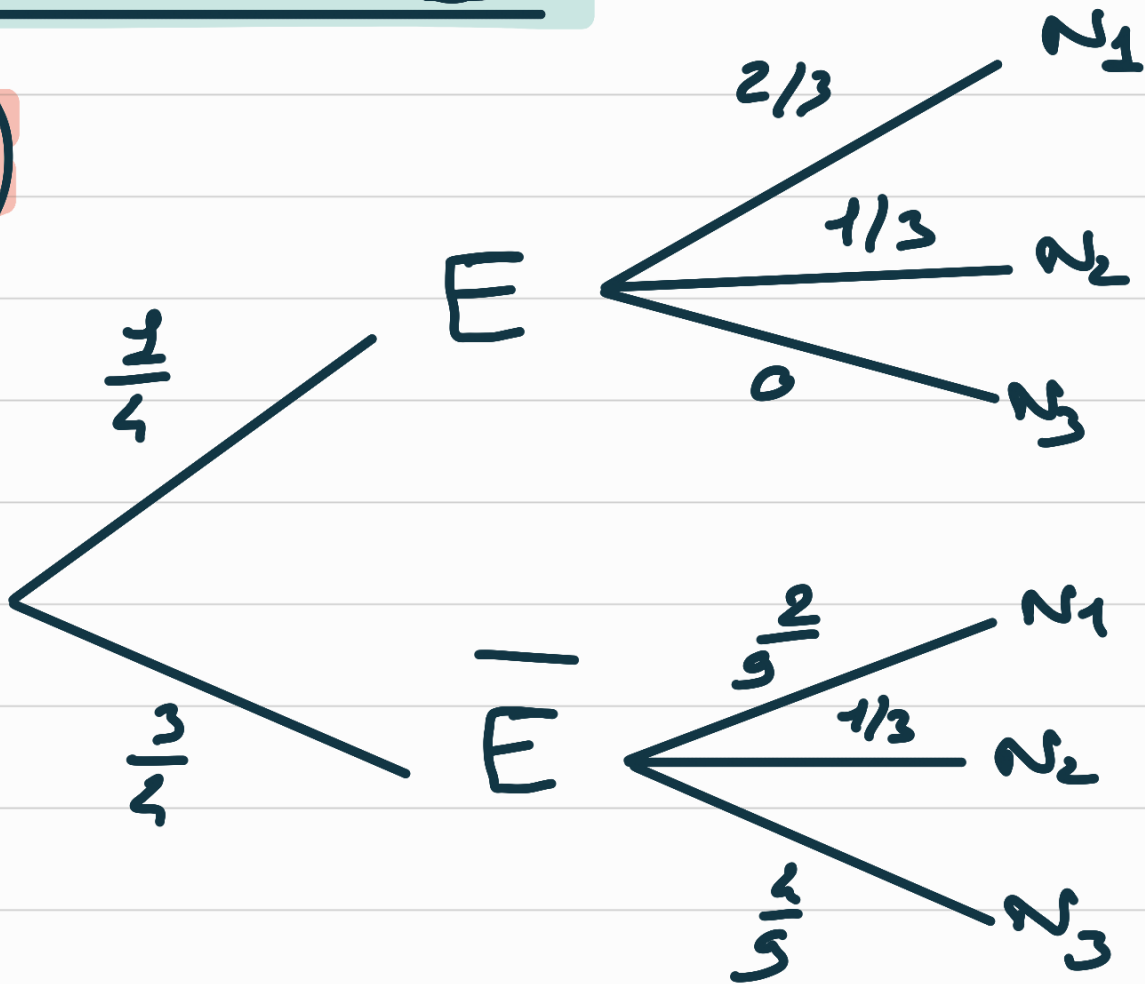


Devoir - Raisonnement

exercice 1 :

1)



2) a) $P(E \cap N_2) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$

donc la probabilité que la personne aille au 2^e niveau par l'escalier est égale à $\frac{1}{12}$.

b) D'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} \bullet P(N_1) &= P(E \cap N_1) + P(\bar{E} \cap N_1) \\ &= \frac{1}{4} \times \frac{2}{3} + \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} \\ &= \frac{1}{3}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet P(N_2) &= P(E \cap N_2) + P(\bar{E} \cap N_2) \\ &= \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} + \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} \\ &= \frac{1}{3}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet P(N_3) &= P(E \cap N_3) + P(\bar{E} \cap N_3) \\ &= \frac{1}{4} \times 0 + \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{4}. \end{aligned}$$

$$\text{donc } P(N_1) = P(N_2) = P(N_3) = \frac{1}{3},$$

et les événements N_1 , N_2 et N_3 sont équiprobables.

$$c) P_{N_2}(E) = \frac{P(E \cap N_2)}{P(N_2)}$$

$$= \frac{1/12}{1/3}$$

$$= \frac{1}{4}$$

donc la probabilité que la personne emprunte l'escalier sachant qu'elle va au 2^e niveau est égale à $\frac{1}{4}$.

3) a) On répète 20 fois de manière identique et indépendante une même expérience à deux issues dont la probabilité de succès est de $\frac{1}{3}$.

Donc $X \hookrightarrow \mathcal{B}(20; \frac{1}{3})$.

$$b) P(X=5) = \binom{20}{5} \left(\frac{1}{3}\right)^5 \left(1 - \frac{1}{3}\right)^{20-5} \\ \approx 0,1457.$$

donc la probabilité que 5 personnes exactement aillent au 2^e niveau est d'environ 0,1457.

$$c) E[X] = 20 \times \frac{1}{3} = \frac{20}{3} \approx 6,67$$

En moyenne sur 20 personnes, il y a 6,67 qui vont au 2^e niveau.

$$4) P(X \geq 1) \geq 0,99.$$

$$\Leftrightarrow 1 - P(X=0) \geq 0,99$$

$$\Leftrightarrow -P(X=0) \geq 0,99 - 1 = -0,01$$

$$\Leftrightarrow P(X=0) \leq 0,01$$

$$\Leftrightarrow \left(1 - \frac{1}{3}\right)^n \leq 0,01$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^n \leq 0,01$$

$$\Leftrightarrow n \ln\left(\frac{2}{3}\right) \leq \ln(0,01)$$

$$\Leftrightarrow n \geq \frac{\ln(0,01)}{\ln(2/3)} \approx 11,4$$

donc le plus petit entier n strictement positif tel que P_n

probabilité de l'événement
au moins une personne va au
2^e niveau " soit supérieure ou
égale à 0,99 est $n=12$.

exercice 2:

1) a) • $\lim_{x \rightarrow 0} A(x) = -\infty$

et $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{n} = 0$

donc par somme de limites
 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty$.

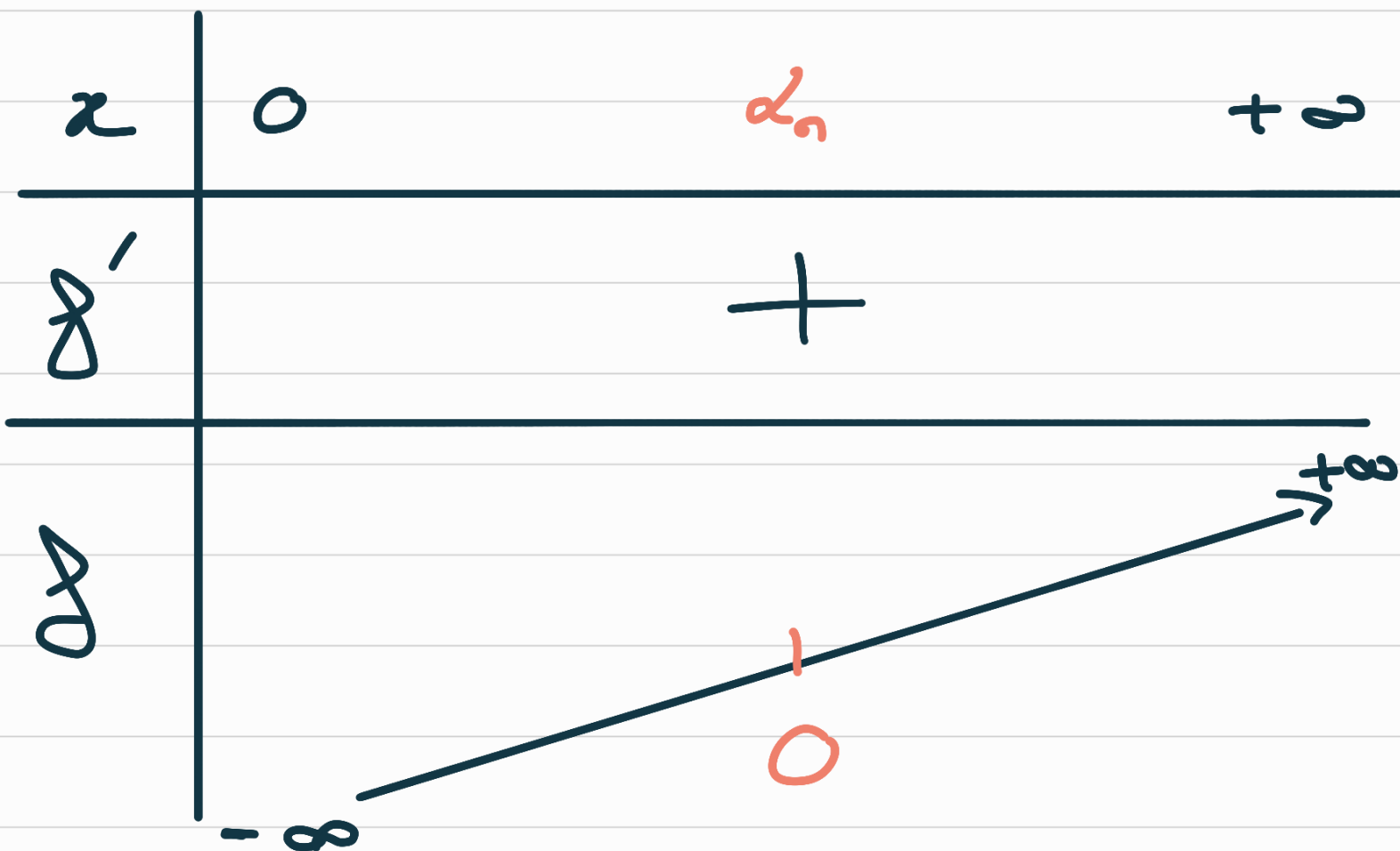
• $\lim_{x \rightarrow +\infty} P_n(x) = +\infty$ et

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{n} = +\infty$ car $n \in \mathbb{N}^*$.

donc par somme de limites
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

• $f'(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{n} > 0$

car $x \in]0; +\infty[$ et $n \in \mathbb{N}^*$.



b) • f_n est continue sur $]a; +\infty[$

• f_n est strictement croissante sur $]a; +\infty[$.

• $\lim_{x \rightarrow a} f_n(x) = -\infty < 0$ et

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f_n(x) = +\infty > 0$.

donc d'après le corollaire du
théorème des valeurs intermédiaires
l'équation $f(x) = 0$ admet une
unique solution sur $30; +\infty[$.

$$\alpha \quad f(1) = h(1) + \frac{1}{n} - 1 \\ = \frac{1}{n} - 1 < 0$$

$$\text{et } f(e) = h(e) + \frac{e}{n} - 1 \\ = 1 + \frac{e}{n} - 1 \\ = \frac{e}{n} > 0$$

donc $x_n \in [1; e]$.

c) ①' après le tableau
de variations :

x	0	a_n	$+\infty$
δ		-	+