

Probabilités

Exercice 1 :

... / 5

Afin d'établir les liens entre le surpoids et l'alimentation, on interroge les enfants des écoles primaires d'une ville.

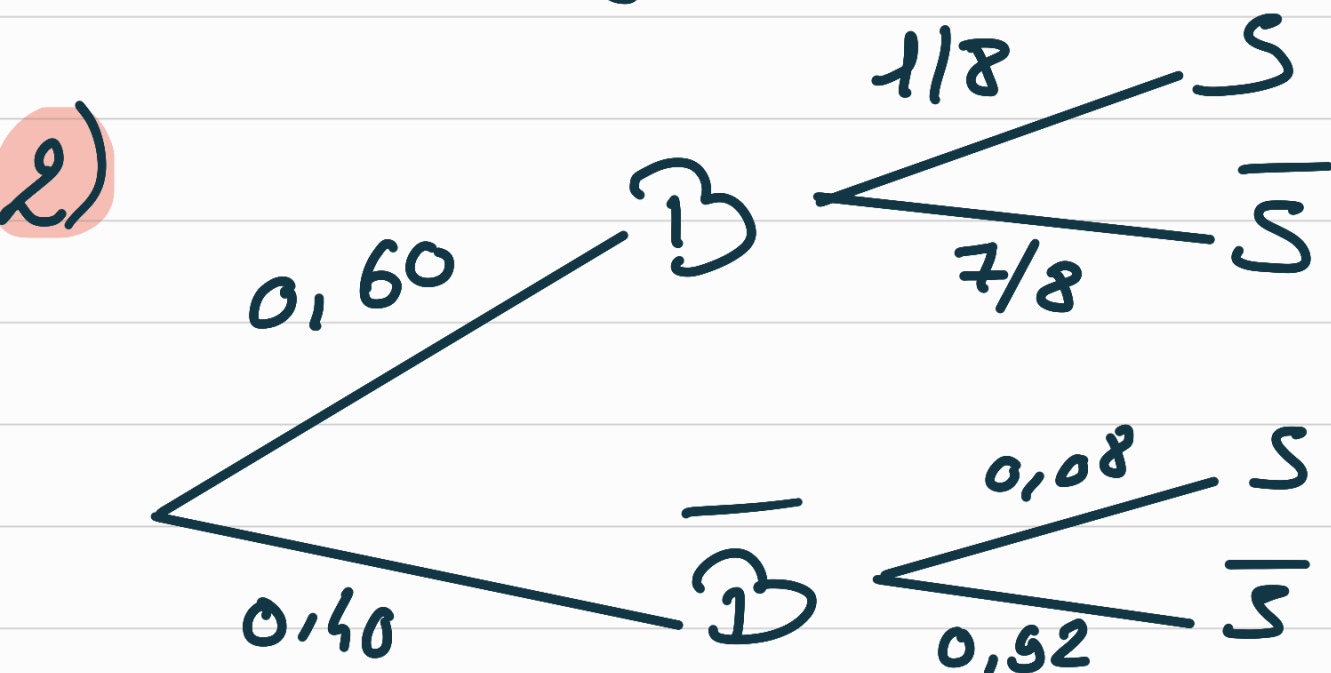
L'enquête révèle que 60 % des enfants boivent 1 boisson sucrée ou plus par jour. Parmi les enfants buvant 1 boisson sucrée ou plus par jour, un enfant sur 8 est en surpoids, contre seulement 8 % pour les enfants buvant moins d'une boisson sucrée par jour.

On choisit un enfant au hasard parmi ceux des écoles primaires de la ville et on considère les événements :

- B : « L'enfant boit 1 boisson sucrée ou plus par jour »
- S : « L'enfant est en surpoids »

1. Justifier que $P_B(S) = 0,125$.
2. Représenter la situation par un arbre pondéré.
3. Calculer $P(B \cap S)$ puis interpréter le résultat obtenu.
4. Déterminer la probabilité que l'enfant soit en surpoids.
5. On a choisi un enfant en surpoids. Quelle est la probabilité qu'il boive 1 boisson sucrée ou plus par jour ?
On arrondira le résultat au millièmes.
6. Les événements B et S sont-ils indépendants ?

1) $P_B(S) = \frac{1}{8} = 0,125$.



$$\begin{aligned}
 3) P(B \cap S) &= P(B) \times P_B(S) \\
 &= 0,60 \times \frac{1}{8} \\
 &= 0,075.
 \end{aligned}$$

donc la probabilité que l'enfant boit 1 boisson sucrée ou plus par jour et soit en surpoids est égale à 0,075.

4) D'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned}
 P(S) &= P(B \cap S) + P(\bar{B} \cap S) \\
 &= P(B) \times P_B(S) + P(\bar{B}) \times P_{\bar{B}}(S)
 \end{aligned}$$

$$= 0,6 \times \frac{1}{8} + 0,4 \times 0,08$$

$$= 0,107.$$

donc la probabilité qu'un enfant soit en surpoids est égale à 0,107.

$$5) P(B) = \frac{P(B \cap S)}{P(S)}$$

$$= \frac{0,075}{0,107}$$

$$\approx 0,701$$

donc la probabilité qu'un enfant boive une boisson sucrée au plus par jour sachant qu'il est en surpoids est d'environ 0,701.

6) D'une part, $P(B) \times P(S)$
 $= 0,60 \times 0,107$
 $= 0,0642.$

D'autre part, $P(B \cap S) = 0,075$
donc $P(B \cap S) \neq P(B) \times P(S)$
et les événements B et S ne
sont pas indépendants.

Exercice 18

Les résultats seront arrondis à 10^{-3} si nécessaire.

On rappelle que le triathlon est une discipline qui comporte trois sports : la natation, le cyclisme et la course à pied.

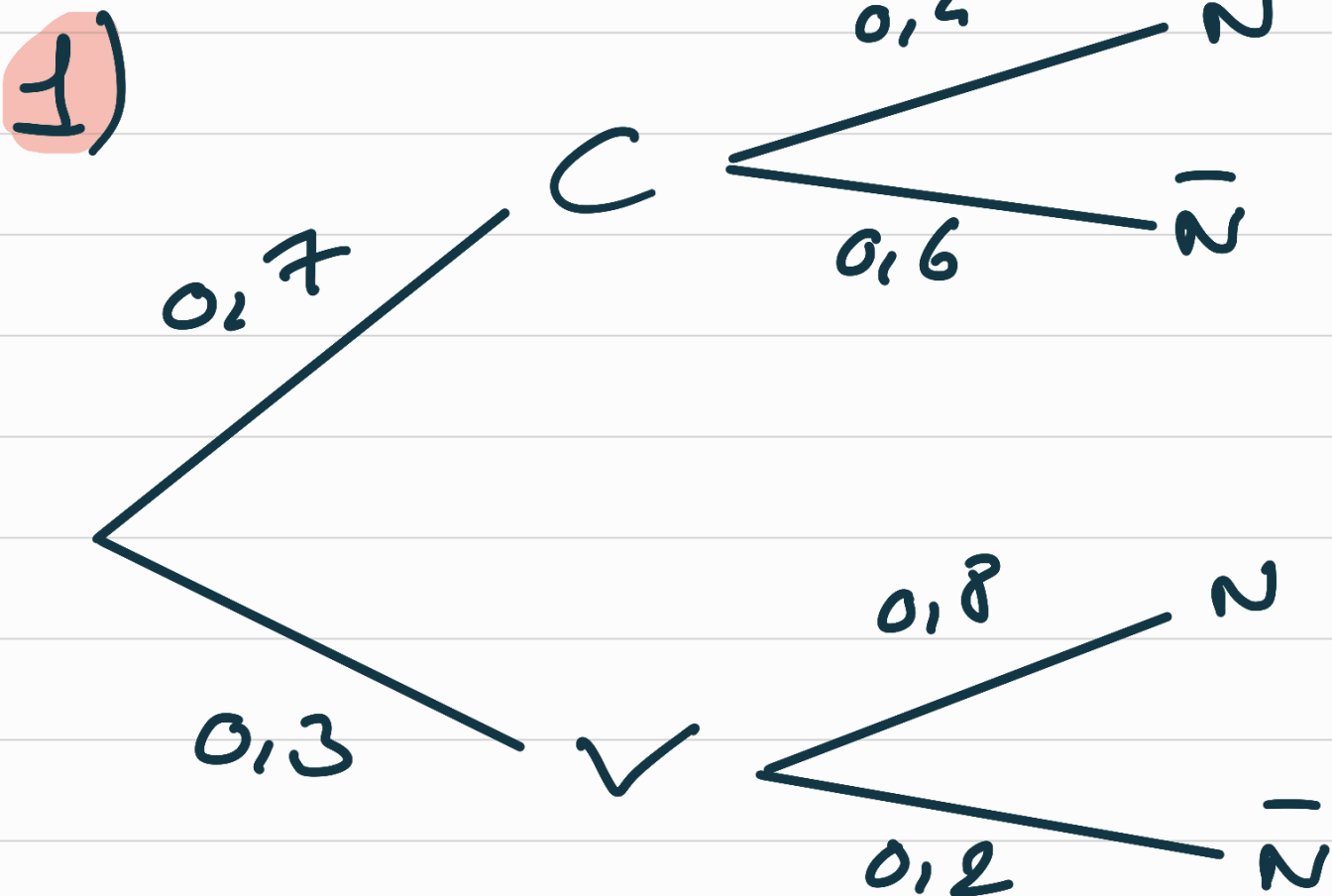
Fabien s'entraîne tous les jours pour un triathlon et organise son entraînement de la façon suivante :

- chaque entraînement est composé d'un ou deux sports et commence toujours par une séance de course à pied ou de vélo ;
- lorsqu'il commence par une séance de course à pied, il enchaîne avec une séance de natation avec une probabilité de 0,4 ;
- lorsqu'il commence par une séance de vélo, il enchaîne avec une séance de natation avec une probabilité de 0,8.

Un jour d'entraînement, la probabilité que Fabien pratique une séance de vélo est de 0,3. On note :

- C l'évènement : « Fabien commence par une séance de course à pied » ;
- V l'évènement : « Fabien commence par une séance de vélo » ;
- N l'évènement : « Fabien enchaîne par une séance de natation ».

- 1) Réaliser un arbre pour modéliser la situation.
- 2) Quelle est la probabilité que Fabien commence par une séance de course à pied et enchaîne par une séance de natation ?
- 3) Démontrer que : $P(N) = 0,52$.
- 4) Sachant que Fabien n'a pas fait de séance de natation, quelle est la probabilité qu'il ait commencé son entraînement par une séance de vélo ?



2)

$$\begin{aligned}
 \mathbb{P}(C \cap N) &= \mathbb{P}(C) \times \mathbb{P}_C(N) \\
 &= 0,7 \times 0,4 \\
 &= 0,28
 \end{aligned}$$

donc la probabilité que Fabien commence par une séance de course à pied et enchaîne par une

séance de notation est égale à 0,28.

3) D'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(N) &= P(C \cap N) + P(V \cap N) \\ &= P(C) \times P_C(N) + P(V) \times P_N(V) \\ &= 0,7 \times 0,4 + 0,3 \times 0,8 \\ &= 0,52. \end{aligned}$$

donc $P(N) = 0,52$.

$$4) P_{\bar{N}}(V) = \frac{P(\bar{N} \cap V)}{P(\bar{N})}$$

$$= \frac{0,3 \times 0,2}{1 - 0,52}$$

$$= 0,125.$$

donc la probabilité qu'il ait commencé son entraînement par une séance de vélo sachant qu'il n'a pas fait de séance de natation est égale 0,125.

Exercice 24

Dans une ville, une enquête portant sur les habitudes des ménages en matière d'écologie a donné les résultats suivants :

- 70 % des ménages pratiquent le tri sélectif ;
- parmi les ménages pratiquant le tri sélectif, 40 % consomment des produits bio ;
- parmi les ménages ne pratiquant pas le tri sélectif, 10 % consomment des produits bio.

On choisit un ménage au hasard (tous les ménages ayant la même probabilité d'être choisis) et on note : T l'évènement « le ménage pratique le tri sélectif » et $\bar{T}$ son évènement contraire ;

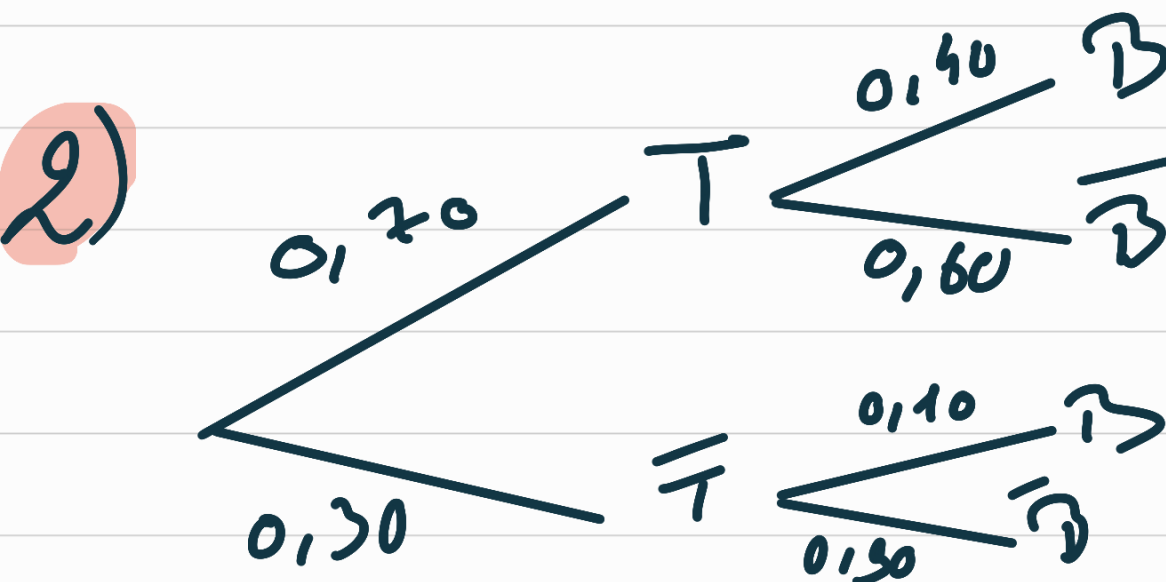
B l'évènement « le ménage consomme des produits bio » et $\bar{B}$ son évènement contraire.

- 1) a) Donner sans justification la probabilité $p(T)$ de l'évènement T .
b) Donner sans justification $p_T(B)$ et $p_{\bar{T}}(B)$
- 2) Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré.
- 3) a) Calculer la probabilité de l'évènement : « le ménage pratique le tri sélectif et consomme des produits bio ».
b) Montrer que la probabilité que le ménage consomme des produits bio est égale à 0,31.
- 4) Calculer la probabilité que le ménage pratique le tri sélectif sachant qu'il consomme des produits bio (arrondir au centième).
- 5) Les évènements T et B sont-ils indépendants ?
- 6) Calculer la probabilité de l'évènement $T \cup B$ puis interpréter ce résultat.

1) a) $P(T) = 0,70$

b) $P_T(B) = 0,40$

$P_{\bar{T}}(B) = 0,10$



$$\begin{aligned}
 3) \quad P(T \cap B) &= P(T) \times P_T(B) \\
 &= 0,70 \times 0,40 \\
 &= 0,28
 \end{aligned}$$

donc la probabilité que le ménage pratique le tri sélectif et consomme des produits bio est égale 0,28.

4) D'après la formule des probabilités totales:

$$\begin{aligned}
 P(B) &= P(T \cap B) + P(\bar{T} \cap B) \\
 &= 0,70 \times 0,40 + 0,30 \times 0,10 \\
 &= 0,31.
 \end{aligned}$$

donc la probabilité que le ménage consomme des produits bio est égale à $0,31$.

$$4) P_B(T) = \frac{P(T \cap B)}{P(B)}$$

$$= \frac{0,28}{0,31}$$

$$\approx 0,90$$

donc la probabilité que le ménage pratique le tri sélectif sachant qu'il consomme des produits bio est d'environ $0,90$.

5) D'une part, $P(T \cap B) = 0,28$

$$\begin{aligned} \text{D'autre part, } P(T) \times P(B) \\ = 0,70 \times 0,31 \\ = 0,217. \end{aligned}$$

donc $P(T \cap B) \neq P(T) \times P(B)$
et les événements T et B
ne sont pas indépendants.

$$\begin{aligned} 6) P(T \cup B) &= P(T) + P(B) \\ &\quad - P(T \cap B) \end{aligned}$$

$$= 0,70 + 0,31 - 0,28$$

$$= 0,73$$

donc la probabilité que le
ménage fasse des tris au

consomme des produits bio
est égale 0,73.