

Exercice 3**5 points**

Dans un repère orthonormé de l'espace, on considère les points suivants :

$$A(2; -1; 0), B(3; -1; 2), C(0; 4; 1) \text{ et } S(0; 1; 4)$$

1. Montrer que le triangle ABC est rectangle en A .
2.
 - a. Montrer que le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ est orthogonal au plan (ABC) .
 - b. En déduire une équation cartésienne du plan (ABC) .
 - c. Montrer que les points A, B, C et S ne sont pas coplanaires.
3. Soit (d) la droite orthogonale au plan (ABC) passant par S . Elle coupe le plan (ABC) en H .
 - a. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (d) .
 - b. Montrer que les coordonnées du point H sont $H(2; 2; 3)$.
4. On rappelle que le volume V d'un tétraèdre est $V = \frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$.
Calculer le volume du tétraèdre $SABC$.
5.
 - a. Calculer la longueur SA .
 - b. On indique que $SB = \sqrt{17}$.
En déduire une mesure de l'angle $\widehat{ASB}$ approchée au dixième de degré.

$$3) \quad b) \quad \left. \begin{array}{l} x = 2t \\ y = 1+t \\ z = 4-t \end{array} \right\} , \quad t \in \mathbb{R}$$

$$2x + y - z - 3 = 0$$

$$2 \times 2t + (1+t) - (4-t) - 3 = 0$$

$$4t + 1 + t - 4 + t - 3 = 0$$

$$6t - 6 = 0$$

$$t = \frac{6}{6} = 1.$$

$$\hookrightarrow x = 2 \times 1 = 2$$

$$y = 1 + 1 = 2$$

$$z = 4 - 1 = 3$$

done $H(2; 2; 3)$.

$$4) AB = \sqrt{5}$$

$$AC = \sqrt{30}$$

$$SH = \sqrt{6}$$

$$\text{area } \Delta = \frac{b \times h}{2}$$

$V = 6$ unidades de volumes.

$$5) a) SA = \sqrt{24}$$

$$b) \vec{SA} \cdot \vec{SB} = SA \times SB \times \cos(\widehat{ASB})$$

$$\vec{SA} \cdot \vec{SB} = 6 + 4 + 8$$

$$= 18$$

$$\vec{SA}(2; -2; -4)$$

$$\vec{SB}(3; -2; -2)$$

$$-18 = \sqrt{24} \times \sqrt{17} \times \cos(\widehat{ASB})$$

$$\text{donc } \cos(\widehat{ASB}) = \frac{-18}{\sqrt{24} \times \sqrt{17}}$$

$$= \frac{9}{\sqrt{102}}$$

$$\text{d'où } \widehat{ASB} = \arccos\left(\frac{9}{\sqrt{102}}\right)$$

$$\approx 27^\circ$$

On a donc, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 1.9u_n(1 - u_n)$.

1. On considère la fonction f définie sur $[0; 1]$ par $f(x) = 1.9x(1 - x)$.

a. Etudier les variations de f sur l'intervalle $[0, 1]$.

b. En déduire que si $x \in [0; 1]$, alors $f(x) \in [0; 1]$.

2. En annexe sont représentées la courbe $\mathcal{C}_f$ et la droite D d'équation $y = x$.

Tracer sur le schéma les cinq premiers termes de la suite (u_n) , et conjecturer le sens de variation de la suite ainsi que sa limite éventuelle.

3. a. Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n :

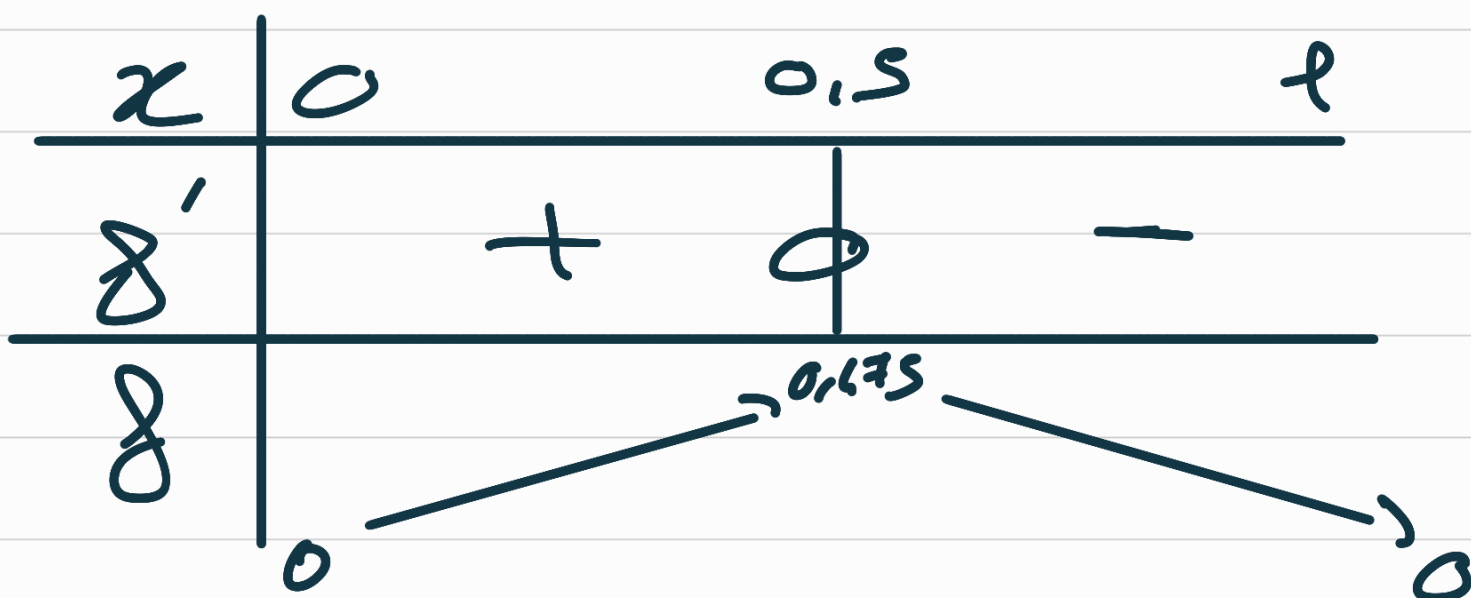
$$0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq \frac{1}{2}$$

b. En déduire que la suite (u_n) converge.

1) a) $f'(x) = 1.9(1-x) + 1.9x$
 $x - 1$

$$= 1.9 - 1.9x - 1.9x$$

$$= 1.9 - 3.8x.$$



b) f admet par minimum 0
et par maximum $0,475 < 1$,
donc pour $x \in [0; 1]$, on a
 $f(x) \in [0; 1]$.