

Vecteurs

Exercice 6 corrigé disponible

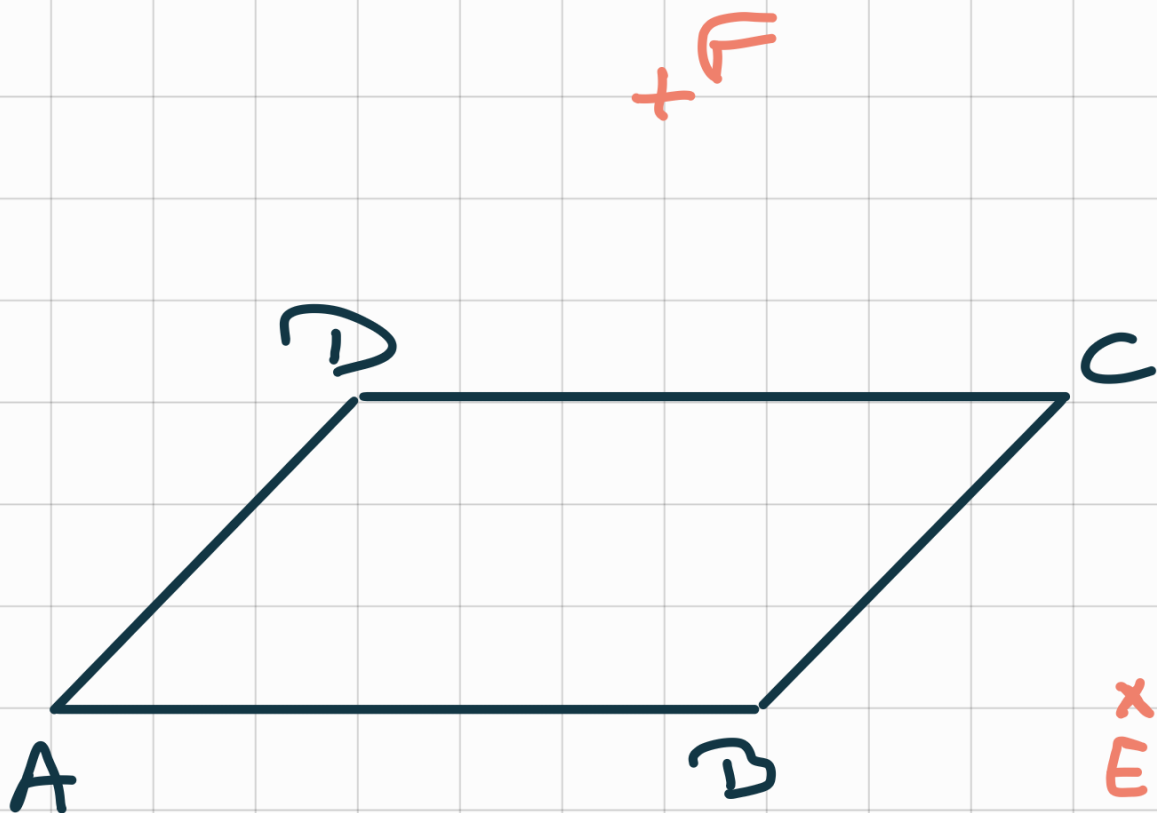
$ABCD$ est un parallélogramme.

- 1) Construire les points E et F définis par : $\vec{AE} = \frac{3}{2} \vec{AB}$ et $\vec{DF} = -2 \vec{DA}$.
- 2) Montrer que $\vec{FE} = \frac{3}{2} \vec{AB} - 3 \vec{AD}$ et que $\vec{CE} = \frac{1}{2} \vec{AB} - \vec{AD}$.
- 3) En déduire que E , F et C sont alignés.

$$\vec{AB} = -\vec{BA}$$

Chastes :

$$\vec{AB} = \vec{AC} + \vec{CB}$$



$ABCD$ parallelogramme

$$\Leftrightarrow \vec{AB} = \vec{DC}$$

$$2) \vec{FE} = \vec{FA} + \vec{AE} \\ = \vec{FA} + \frac{3}{2} \vec{AB}$$

$$= \vec{FD} + \vec{DA} + \frac{3}{2} \vec{AB}$$

$$= -\vec{DF} + \vec{DA} + \frac{3}{2} \vec{AB}$$

$$= -(-2\vec{DA}) + \vec{DA} + \frac{3}{2} \vec{AB}$$

$$= 2\vec{DA} + \vec{DA} + \frac{3}{2} \vec{AB}$$

$$= \frac{3}{2} \vec{AB} + 3\vec{DA}$$

$$= \frac{3}{2} \vec{AB} - 3\vec{AD}$$

$$\begin{aligned}
\vec{CE} &= \vec{CA} + \vec{AE} \\
&= \vec{CA} + \frac{3}{2} \vec{AD} \\
&= \vec{CD} + \vec{DA} + \frac{3}{2} \vec{AB} \\
&= \vec{BA} + \vec{DA} + \frac{3}{2} \vec{AB} \\
&= -\vec{AB} - \vec{AD} + \frac{3}{2} \vec{AB} \\
&= \frac{1}{2} \vec{AB} - \vec{AD}.
\end{aligned}$$

A, B, C sont alignés

$\Rightarrow \vec{AB}$ et $\vec{AC}$ sont colinéaires.

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires
si :

$$\vec{u} = k \vec{v}$$

ou $\vec{v} = k \vec{u}$.

3) on a : $\vec{FE} = 3\vec{CE}$

donc les vecteurs $\vec{FE}$ et $\vec{CE}$ sont colinéaires et les points E, F, C sont colinéaires.

Exercice 11 corrigé disponible

On considère le rectangle $MNPQ$ ci-contre. On désigne par A, B, C, D les milieux respectifs de $[MN]$, $[NQ]$, $[PQ]$, $[QM]$. Compléter les égalités suivantes en utilisant les points de la figure.

1. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$

2. $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BP} = \overrightarrow{BQ}$

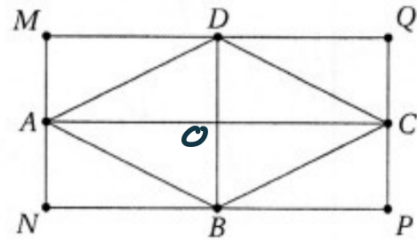
~~$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{AB}$~~

4. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AA} = \overrightarrow{O}$

5. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{MB}$

6. $\overrightarrow{CP} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CO}$

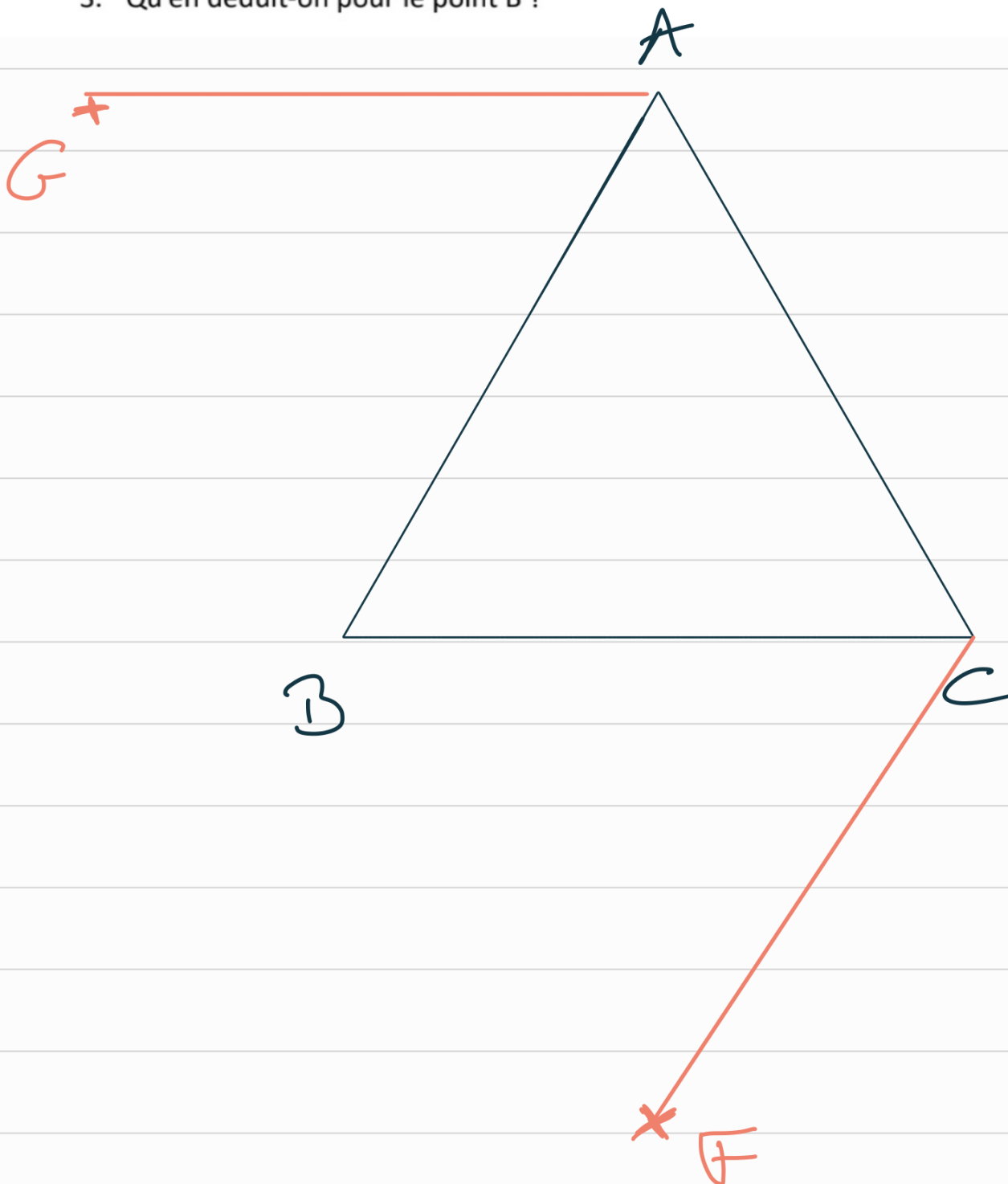
7. $2\overrightarrow{NB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{NO}$



Exercice 3 (2,5 points)

ABC est un triangle. On nomme F l'image de C par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ et G l'image de A par la translation de vecteur $\overrightarrow{CB}$.

1. Faire une figure.
2. Prouver que $\overrightarrow{GB} = \overrightarrow{BF}$.
3. Qu'en déduit-on pour le point B ?



$$\begin{aligned}
 2) \quad \vec{GB} &= \vec{GA} + \vec{AB} \\
 &= \vec{BC} + \vec{CF} \\
 &= \vec{BF}
 \end{aligned}$$

$$3) \text{ on a : } \vec{GB} = \vec{BF}$$



milieu

donc B est le milieu du segment $[GF]$.

Exercice 5

On considère un triangle ABC et les points E et F tels que :

$$\overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} \text{ et } \overrightarrow{AF} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA}.$$

Exprimer $\overrightarrow{EF}$ en fonction de $\overrightarrow{BC}$.

Que peut-on en déduire sur les droites (EF) et (BC) ?

$$\begin{aligned}\overrightarrow{EF} &= \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AF} \\ &= -\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF}\end{aligned}$$

$$= -\left(\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}\right) + \frac{3}{2}\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA}$$

$$= -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA}$$

$$= \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA}$$

$$= \frac{3}{2} \vec{BA} - \vec{BC} + \frac{3}{2} \vec{AC}$$

$$= \frac{3}{2} (\vec{BA} + \vec{AC}) - \vec{BC}$$

$$= \frac{3}{2} \vec{BC} - \vec{BC}$$

$$= \frac{1}{2} \vec{BC}.$$

donc $\vec{EF} = \frac{1}{2} \vec{BC}$, et

Les vecteurs sont colinéaires et
les droites sont parallèles.