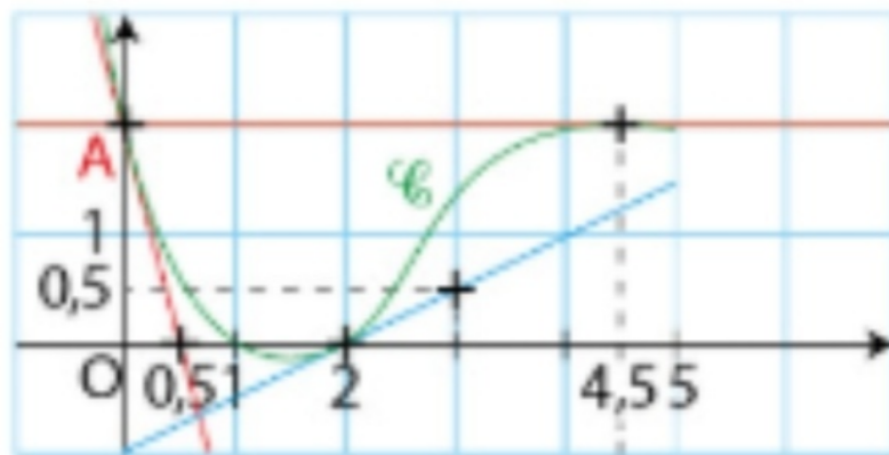


Dérivation

28 Dans le repère orthonormé ci-dessous, $\mathcal{C}$ est la courbe représentative d'une fonction f définie sur l'intervalle $[0; 5]$.

On a tracé les tangentes à la courbe $\mathcal{C}$ aux points d'abscisses 0 ; 2 et 4,5.



Déterminer graphiquement :

a) $f(0)$, $f(2)$, $f(4,5)$

b) $f'(0)$, $f'(2)$, $f'(4,5)$

a) $f(0) = 2$ $f(2) = 0$
 $f(4,5) = 2$.

b) • $A(0; 2)$ $B(0,5; 0)$

$$f'(0) = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{2 - 0}{0 - 0,5} = \frac{2}{-0,5} = -4$$

• $A(2; 0)$ $B(3; 0,5)$

$$f'(2) = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{0 - 0,5}{2 - 3} = \frac{-0,5}{-1} = 0,5$$

• $f'(4,5) = 0$, car la

tangente est horizontale

Exercice 1. (6 points)

Pour chaque fonction f ; g ; et h données ci-dessous déterminer la fonction dérivée associée.

Note : les ensembles de définition, de dérivation, ainsi que l'étude de signe de la fonction dérivée et le tableau de variation de la fonction NE SONT PAS DEMANDÉS DANS CET EXERCICE

a. $f(x) = -4x^3 + 2x^2 - 5x + 2$

b. On donne pour $u(x) = \sin(x)$; $u'(x) = \cos(x)$

$$g(x) = (3x^2 + 2)\sin(x)$$

c. $h(x) = \sqrt{3x - 1}$

a) $f'(x) = -12x^2 + 4x - 5.$

b) $g'(x) = 6x \sin(x) + (3x^2 + 2)\cos(x)$

c) $h'(x) = \frac{3}{2\sqrt{3x-1}}$

$$x^n \rightarrow n x^{n-1}$$

$$(ax+b)^n$$

$$\hookrightarrow a n (ax+b)^{n-1}$$

$$\sqrt{x} \rightarrow \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$\sqrt{ax+b}$$

$$\hookrightarrow \frac{a}{2\sqrt{ax+b}}$$

$$\cos(x) \rightarrow -\sin(x)$$

$$\cos(ax+b)$$

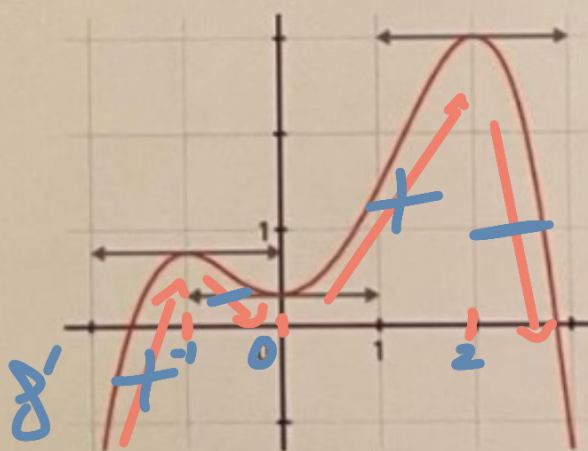
$$\hookrightarrow -a \sin(ax+b)$$

$$\frac{1}{x} \rightarrow -\frac{1}{x^2}$$

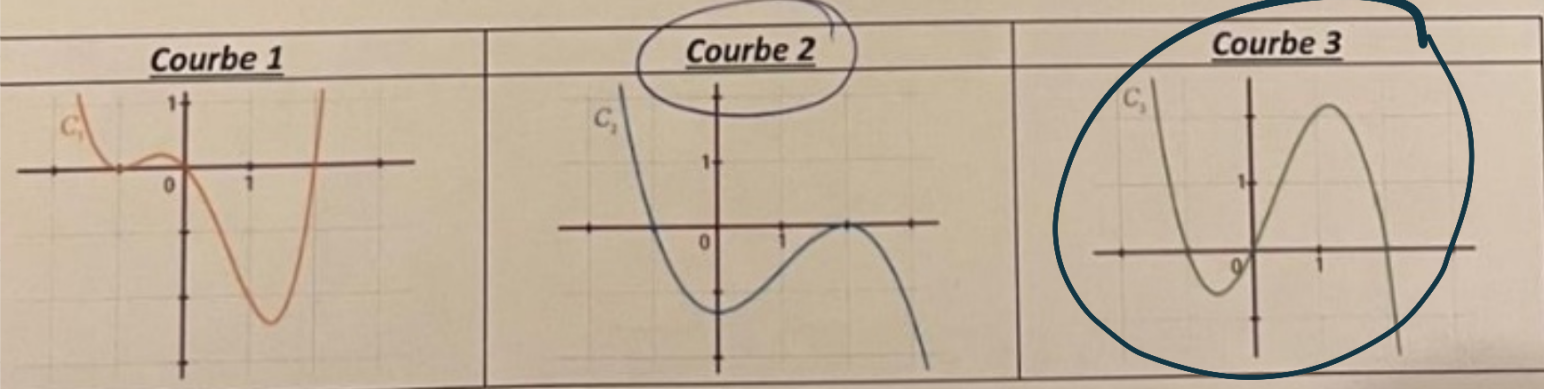
$$\frac{1}{ax+b} \rightarrow -\frac{a}{(ax+b)^2}$$

Exercice 2. (4 points)

On donne ci-contre la courbe représentative d'une fonction f dans un repère orthonormé.



L'une des trois courbes ci-dessous représente graphiquement la fonction dérivée f' de f .
Laquelle ? Justifie.



m x f

Exercice 3. (10 points)

On considère la fonction f telle que $f(x) = \frac{4x^2+8x+1}{x+2}$ définie sur $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

On appelle C_f la courbe représentative de f .

~~1. Déterminer les coordonnées du point d'intersection entre C_f et l'axe des ordonnées.~~

2. Calculer la dérivée de la fonction f et montrer que $f'(x) = \frac{4x^2+16x+15}{(x+2)^2}$

3. Dresser le tableau de variation de f sur son ensemble de définition

(On donne $15 \times 16 = 240$; $16 \times 16 = 256$; $17 \times 16 = 272$)

4. Déterminer l'équation de la tangente à C_f au point d'abscisse -1

5. On considère la droite Δ d'équation $y = 4x$

a. Déterminer le signe de $f(x) - 4x$ selon les valeurs de x

b. En déduire la position relative de C_f et de Δ

$$2) f'(x) = \frac{(8x+8)(x+2) - (4x^2+8x+1)}{(x+2)^2}$$

$$= \frac{8x^2 + 16x + 8x + 16 - 4x^2 - 8x - 1}{(x+2)^2}$$

$$= \frac{4x^2 + 16x + 15}{(x+2)^2}$$

$$3) \Delta = 16 > 0$$

$$x_1 = \frac{-16 - \sqrt{16}}{8} = \frac{-20}{8} = \frac{-\cancel{2} \times 10}{\cancel{2} \times 4}$$

$$= -\frac{10}{4}$$

$$= -\frac{\cancel{2} \times 5}{\cancel{2} \times 2}$$

$$= -\frac{5}{2}$$

$$x_2 = \frac{-16 + \sqrt{16}}{8} = \frac{-12}{8} = -\frac{3}{2}$$

x	$-\infty$	$-\frac{5}{2}$	-2	$-\frac{3}{2}$	$+\infty$
f'	+	0	-	0	+
f		-12		-4	

4) $y = f'(-1)(x - (-1)) + f(-1)$

$T_a f : y = f'(a)(x - a) + f(a)$

$$f'(-1) = 3$$

$$f(-1) = -3$$

done :

$$y = 3(x + 1) - 3$$

$$y = 3x + 3 - 3$$

$$y = 3x$$