Logarithme

- $\ln(a \times b) = \ln(a) + \ln(b)$
- $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b)$
- $\ln(a^n) = n\ln(a)$.
- $\ln\left(\frac{1}{a}\right) = -\ln(a)$
- $\ln(\sqrt{a}) = \frac{1}{2}\ln(a)$

---

exercice 1 :

- $\ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\ln(2)$.
- $\ln(8) = \ln(2 \times 4)$

$$= \ln(2 \times 2 \times 2)$$

$$= \ln(2^3)$$

$$= 3\ln(2).$$

- $\ln(64) = \ln(8^2)$

$$= 2\ln(8)$$

$$= 2 \times 3\ln(2)$$

$$= 6\ln(2).$$

$$\boxed{\ln(e^x) = x = e^{\ln(x)}}$$

- $\ln(2e^2)$

$= \ln(2) + \ln(e^2)$

$= \ln(2) + 2$

- $\ln(64e)$

$= \ln(64) + \ln(e^1)$

$= 6\ln(2) + 1$

- $\ln(\sqrt{32})$

$= \frac{1}{2}\ln(32)$

$= \frac{1}{2}\ln(2\times 2\times 2\times 2\times 2)$

$$= \frac{1}{2} \times \ln(2^5)$$

$$= \frac{5}{2} \ln(2).$$

- $\ln\left(\frac{2}{e}\right)$

$$= \ln(2) - \ln(e)$$

$$= \ln(2) - 1$$

- $\ln\left(\frac{32}{e}\right)$

$$= \ln(32) - \ln(e)$$

$$= 5\ln(2) - 1$$

exercice 2 :

$$A = \ln(\sqrt{5}+2) + \ln(\sqrt{5}-2)$$
$$= \ln\left((\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)\right)$$
$$= \ln\left((\sqrt{5})^2 - 2^2\right)$$
$$= \ln(5-4)$$
$$= \boxed{\ln(1)}$$
$$= \boxed{0}$$

$$B = \ln(\sqrt{5}+2) - \ln(\sqrt{5}-2)$$
$$= \ln\left(\frac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}-2}\right)$$

$$= \ln\left(\frac{(\sqrt{5}+2)\times(\sqrt{5}+2)}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)}\right)$$

$$= \ln\left(\frac{(\sqrt{5}+2)^2}{1}\right)$$

$$= \ln\left((\sqrt{5}+2)^2\right)$$

$$= 2\ln(\sqrt{5}+2)$$

$$C = \ln\left(\sqrt{\sqrt{5}+2}\right) + \ln\left(\sqrt{\sqrt{5}-2}\right)$$

$$= \ln\left(\left(\sqrt{\sqrt{5}+2}\right)\left(\sqrt{\sqrt{5}-2}\right)\right)$$

$$= \ln\left(\sqrt{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)}\right)$$

$$= \ln\left(\sqrt{1}\right) = \ln(1) = 0.$$

$$e^a \underset{\leq}{\overset{>}{=}} e^b \iff a \underset{\leq}{\overset{>}{=}} b$$

$$\ln(a) \underset{\leq}{\overset{>}{=}} \ln(b) \iff a \underset{\leq}{\overset{>}{=}} b$$

$$\ln(x) \underset{\leq}{\overset{>}{=}} a \iff x \underset{\leq}{\overset{>}{=}} e^a$$

exercice 1 :

$\rightarrow 2x+5>0$?

- $\ln(2x+5) = 0 = \ln(1)$

$\iff 2x+5 = 1.$

$\iff x = -\frac{4}{2} = -2.$

$2x+5>0 \iff x > -\frac{5}{2}$

or $-2 > -\frac{5}{2}$, donc $S = \{-2\}$

$2x-5>0$?

• $\ln(2x-5) = 1 \Rightarrow x > \frac{5}{2}$

$\Leftrightarrow 2x-5 = e$

$\Leftrightarrow x = \frac{e+5}{2} > \frac{5}{2}$

donc $S = \{ \frac{e+5}{2} \}$

$2x-5>0$?

• $\ln(2x-5) = 2 \Rightarrow x > \frac{5}{2}$

$2x-5 = e^2$

$x = \frac{e^2+5}{2} > \frac{5}{2}$

donc $S = \{ \frac{e^2+5}{2} \}$.

$x-2>0\ ? \Rightarrow x>2$ $\quad$ $x-32>0\ ? \Rightarrow x>32$

$$\cdot\ \ln(x-2)+\ln(x-32)=6\ln(2)$$

$$\ln\big((x-2)(x-32)\big)=\ln(2^6)$$

$$\Leftrightarrow (x-2)(x-32)=2^6=64$$

$$\Leftrightarrow x^2-34x+64=64$$

$$\Leftrightarrow x^2-34x+64-64=0$$

$$\Leftrightarrow x^2-34x=0$$

$2 \quad 32$

$x>32$

$$\Delta=(-34)^2-0=1156>0$$

$$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{34-34}{2}=0$$

$$x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{34+34}{2}=34.$$

donc $S = \{\cancel{3} ; 34\}$.

$>0 \, ? \Rightarrow x < \frac{7}{2}$ $\qquad$ $>0 \, ? \Rightarrow x > \frac{9}{4}$

- $\ln(-2x+7) - \ln(4x-9) = -\ln(3)$

$$\ln\left(\frac{-2x+7}{4x-9}\right) = \ln\left(\frac{1}{3}\right)$$

2,25 $\qquad$ 3,5

$$\Leftrightarrow \frac{-2x+7}{4x-9} = \frac{1}{3}.$$

$$\Leftrightarrow 3(-2x+7) = (4x-9) \times 1$$

$$\Leftrightarrow -6x + 21 = 4x - 9$$

$$\Leftrightarrow -10x = -30$$

$$\Rightarrow x = 3.$$