

Suites

u_n : terme de rang n .

$$\left. \begin{array}{l} u_n = 2n + 3 \rightarrow \text{formule} \\ \text{explicite} \\ u_{n+1} = 2u_n + 3 \rightarrow \text{formule} \\ \text{récursive} \end{array} \right\}$$

variations :

$$u_{n+1} - u_n > 0 \rightarrow (u_n) \text{ croissante}$$

$$u_{n+1} - u_n < 0 \rightarrow (u_n) \text{ décroissante.}$$

• suite arithmétique :

$$u_{n+1} = u_n + \textcircled{r}$$

Pa raison

$$\left. \begin{array}{l} u_n = u_0 + n \times r \\ u_n = u_1 + (n-1) \times r \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} r > 0 \Rightarrow (u_n) \text{ croissante} \\ r < 0 \Rightarrow (u_n) \text{ décroissante} \end{array} \right\}$$

$$\begin{aligned} S &= u_0 + \dots + u_n \\ &= (n+1) \times \left(\frac{u_0 + u_n}{2} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S &= u_1 + \dots + u_n \\ &= n \times \left(\frac{u_1 + u_n}{2} \right) \end{aligned}$$

• suite géométrique

$$u_{n+1} = u_n \times q$$

La raison

$$\left\{ \begin{array}{l} u_n = u_0 \times q^n \\ u_n = u_1 \times q^{n-1} \end{array} \right.$$

$$u_0 > 0, \quad q > 1$$

$\hookrightarrow (u_n)$ croissante

$$u_0 > 0, \quad 0 < q < 1$$

$\hookrightarrow (u_n)$ décroissante.

$$u_0 < 0, q > 1$$

$\hookrightarrow (u_n)$ décroissante

$$u_0 < 0, 0 < q < 1$$

$\hookrightarrow (u_n)$ croissante.

$$S = u_0 + \dots + u_n$$

$$= u_0 \times \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$$

$$S = u_1 + \dots + u_n$$

$$= u_1 \times \frac{1 - q^n}{1 - q}$$

exercice :

$$u_0 = 1, \quad u_{n+1} = u_n + 2n + 1$$

Est-ce que la suite (u_n) est géométrique ?

$$u_0 = 1$$

$$u_1 = u_0 + 2 \times 0 + 1$$

$$= 1 + 0 + 1 = 2$$

$$u_2 = u_1 + 2 \times 1 + 1$$

$$= 2 + 2 + 1$$

$$= 5$$

$$\cdot \frac{u_1}{u_0} = \frac{2}{1} = 2$$

$$\cdot \frac{u_2}{u_1} = \frac{5}{2} = 2,5$$

} \neq

donc (u_n) n'est pas géométrique

$$C_n = 5n - 3, \quad n \in \mathbb{N}$$

Est ce que la suite (C_n) est arithmétique ?

$$C_0 = 5 \times 0 - 3 = -3$$

$$C_1 = 5 \times 1 - 3 = 2$$

$$C_2 = 5 \times 2 - 3 = 7$$

$$C_1 - C_0 = 2 - (-3) = 5$$

$$C_2 - C_1 = 7 - 2 = 5 \quad \uparrow =$$

$$C_{n+1} - C_n$$

$$= 5(n+1) - 3 - (5n - 3)$$

$$= \cancel{5n} + 5 - \cancel{3} - \cancel{5n} + \cancel{3}$$

$$= 5$$

donc (C_n) est arithmétique
de raison 5.

$$\bullet \quad u_n = 4 - \frac{n}{5}$$

$$u_0 = 4 - \frac{0}{5} = 4$$

$$u_1 = 4 - \frac{1}{5} = \frac{19}{5}$$

$$u_2 = 4 - \frac{2}{5} = \frac{18}{5}$$

$$u_1 - u_0 = \frac{19}{5} - 4 = -\frac{1}{5}$$

$$u_2 - u_1 = \frac{18}{5} - \frac{19}{5} = -\frac{1}{5}$$

$$\begin{aligned} u_{n+1} - u_n &= 4 - \frac{n+1}{5} - \left(4 - \frac{n}{5}\right) \\ &= \cancel{4} - \frac{\cancel{n}}{5} - \frac{1}{5} - \cancel{4} + \frac{\cancel{n}}{5} \\ &= -\frac{1}{5} \end{aligned}$$

donc (u_n) est arithmétique
de raison $-\frac{1}{5}$.

$$\bullet \omega_0 = -7, \quad \omega_{n+1} = -\omega_n + 22,5$$

$$\omega_1 = -\omega_0 + 22,5$$

$$= -(-7) + 22,5$$

$$= 29,5$$

$$\omega_2 = -\omega_1 + 22,5$$

$$= -29,5 + 22,5$$

$$= -7$$

$$\omega_1 - \omega_0 = 29,5 - (-7) = 36,5$$

\neq

$$\omega_2 - \omega_1 = -7 - 29,5 = -22,5$$

donc (ω_n) n'est pas arithmétique.