Probabilités

$$\underbrace{\mathbb{P}_B(A)}_{\text{A sachant B}} = \frac{\mathbb{P}(A \cap B)}{\mathbb{P}(B)}$$

$$\Rightarrow \mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}_B(A) \times \mathbb{P}(B).$$

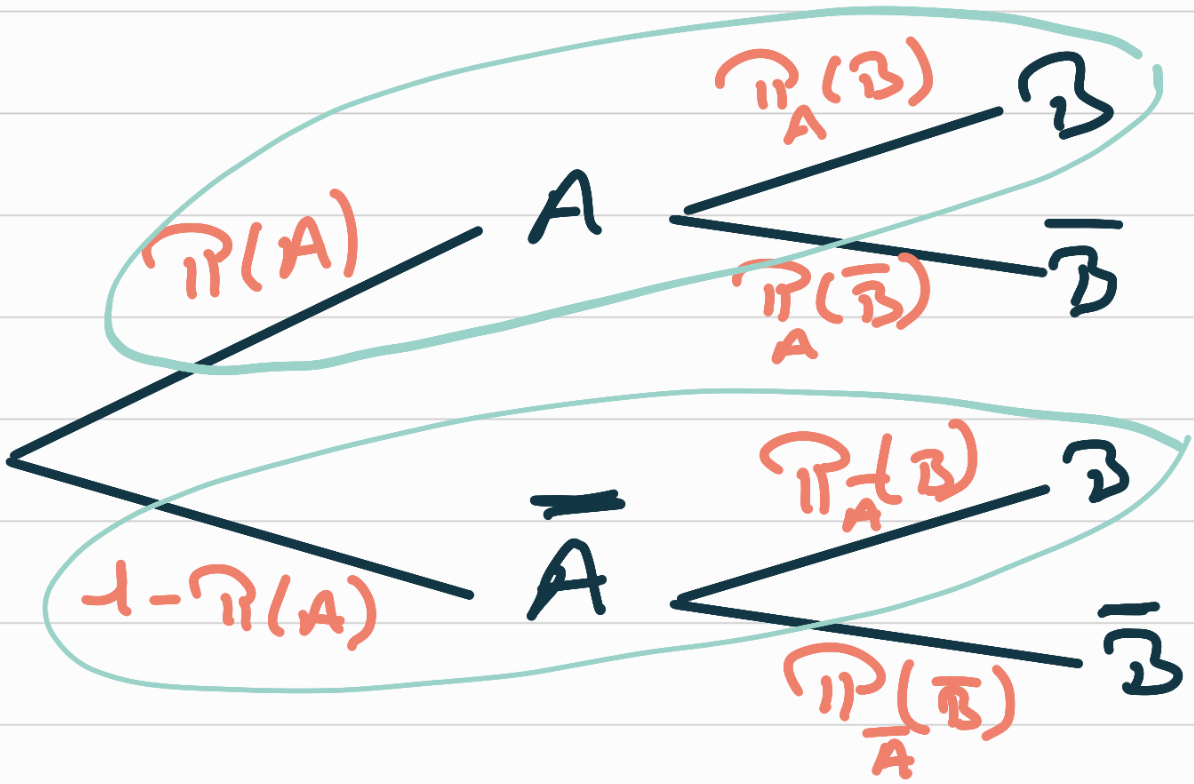
inter = et

$$\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) - \mathbb{P}(A \cap B)$$

union = ou

$$\mathbb{P}(\bar{A}) = 1 - \mathbb{P}(A)$$

formule des probabilités totales :



$$P(B) = P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B)$$

$$= P_A(B) \times P(A) + P_{\bar{A}}(B) \times P(\bar{A})$$

- **indépendance** :

$$\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A) \times \mathbb{P}(B)$$

↳ A et B sont indépendants

$$\mathbb{P}_B(A) = \mathbb{P}(A)$$

↳ A et B sont indépendants

NOM	Prénom	Note

Remarques :

Formative 6-1 en 1ère Spécialité Mathématiques

Durée : 50 min – **Calculatrice autorisée**

Exercice 1. À France Travail – 6 points

Dans cet exercice, toutes les valeurs utilisées seront justifiées théoriquement et les résultats donnés **sous forme décimale, arrondie si nécessaire au dix-millième.**

Une agence France Travail étudie l'ensemble des ses inscrits suivants deux critères : le sexe et l'expérience professionnelle. L'étude montre que :

- 52 % des demandeurs d'emploi sont des femmes,
- Parmi les hommes qui sont demandeurs d'emploi, 17,5 % sont sans expérience,
- Parmi les femmes qui sont demandeuses d'emploi, 88 % ont de l'expérience.

Nous noterons :

- E : « le demandeur d'emploi a de l'expérience »
- F : « le demandeur d'emploi est une femme »

1. (a) Traduire toutes les hypothèses de l'énoncé en notations probabilistes,
   (b) En déduire les probabilités manquantes à la réalisation d'un arbre probabiliste décrivant cette situation,
   (c) Réaliser cet arbre probabiliste **en reportant les valeurs décimales**
2. On tire au hasard la fiche d'un demandeur d'emploi dans le fichier.
   Quelle est la probabilité qu'il soit sans expérience ?
3. On tire au hasard une fiche parmi celles des demandeurs d'emploi ayant de l'expérience.
   Quelle est la probabilité qu'il s'agisse d'une femme ?

1) a) $\mathbb{P}(F) = 0,52$

$\mathbb{P}_{\bar{F}}(\bar{E}) = 0,175$

$\mathbb{P}_{F}(E) = 0,88.$

b)

$$P(\bar{F}) = 1 - P(F)$$

$$= 1 - 0{,}52$$

$$= 0{,}48.$$

$$P_{\bar{F}}(E) = 1 - P_{\bar{F}}(\bar{E})$$

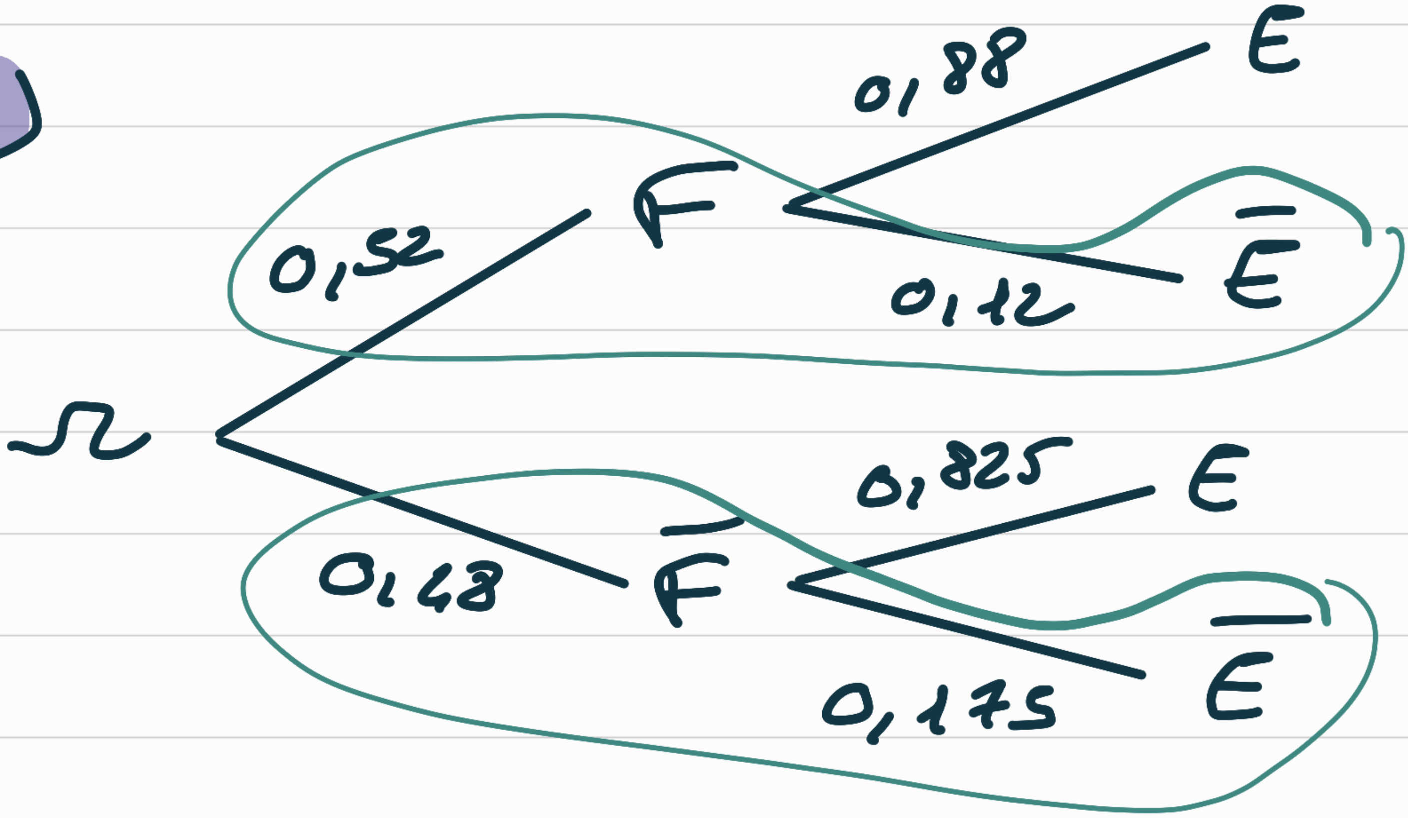
$$= 1 - 0{,}175$$

$$= 0{,}825$$

$$P_F(\bar{E}) = 1 - P_F(E)$$

$$= 1 - 0{,}88 = 0{,}12.$$

c)



2) $(F, \overline{F})$ forment un système complet d'événements, donc d'après la formule des probabilités totales :

$$\mathbb{P}(\overline{E}) = \mathbb{P}(F \cap \overline{E}) + \mathbb{P}(\overline{F} \cap \overline{E})$$

$$= \mathbb{P}_F(\overline{E}) \times \mathbb{P}(F) + \mathbb{P}_{\overline{F}}(\overline{E}) \times \mathbb{P}(\overline{F})$$

$$= 0,12 \times 0,52 + 0,175 \times 0,48$$

$= 0,1464.$

donc la probabilité que le demandeur d'emploi n'est pas d'expérience est égale à 0,1464.

3) $\mathbb{P}(E) = 1 - \mathbb{P}(\bar{E})$

$= 1 - 0,1464$

$= 0,8536$

$$\mathbb{P}_E(F) = \frac{\mathbb{P}(F \cap E)}{\mathbb{P}(E)}.$$

$$= \frac{\mathbb{P}_F(E) \times \mathbb{P}(F)}{\mathbb{P}(E)}$$

$$= \frac{0,52 \times 0,88}{0,8536}$$

$$\simeq 0,5361.$$

donc la probabilité que le demandeur d'emploi soit une femme ayant de l'expérience est d'environ 0,5361.

Exercice 2. Indépendance et représentations — 4 points

Attention : les résultats des questions 2 et 3 dépendent du résultat de la question 1.(a). Ils ne seront donc validés que si la question 1.(a) est correctement traitée.

Soit deux évènements A et B.

Nous savons que $P(A) = 0,3$ $P(B) = 0,6$ $P(A \cup B) = 0,7$

1. (a) Calculer $P(A \cap B)$

   (b) Les évènements A et B sont-ils indépendants ?

a) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

ssi $0,7 = 0,3 + 0,6 - P(A \cap B)$

ssi $0,7 = 0,9 - P(A \cap B)$

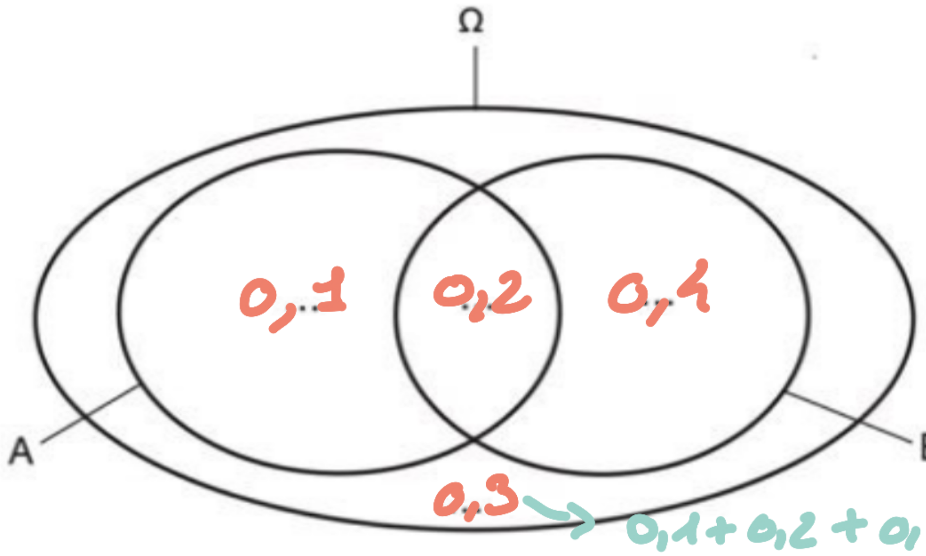
ssi $0,7 - 0,9 = -P(A \cap B)$

ssi $-0,2 = -P(A \cap B)$

ssi $0,2 = P(A \cap B)$

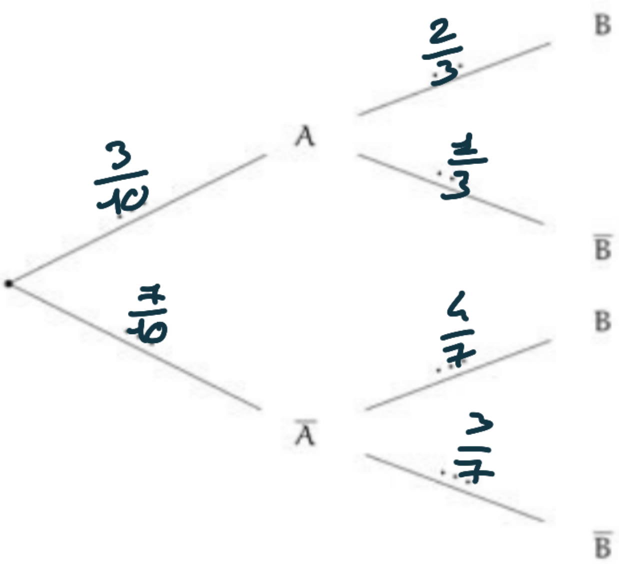
donc $P(A \cap B) = 0,2$.

2. À l'aide des résultats de la question précédente, compléter les 4 valeurs de probabilités manquantes dans le diagramme ci-dessous, **sans aucune justification** :



$\rightarrow 0,1 + 0,2 + 0,4 = 0,7$

3. À l'aide des informations recueillies jusqu'ici, compléter l'arbre suivant, **à l'aide de fractions irréductibles et sans aucune justification** :



$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$

$= \frac{2/10}{3/10}$

$P_{\bar{A}}(\bar{B}) = \frac{P(\bar{B} \cap \bar{A})}{P(\bar{A})}$

$= \frac{0,3}{0,7}$

$= \frac{3/10}{7/10} = \frac{3}{7}$

b) D'une part, $P(A \cap B) = 0,2$

D'autre part, $P(A) \times P(B) = 0,3 \times 0,6$

$= 0,18$

donc $P(A \cap B) \neq P(A) \times P(B)$ et les évènements ne sont pas indépendants.

$P(\bar{B} \cap \bar{A}) = 1 - P(A \cup B)$

$= 1 - 0,7$

$= 0,3$

$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

$= 1 - 0,3 = 0,7$

Exercice 24

Dans une ville, une enquête portant sur les habitudes des ménages en matière d'écologie a donné les résultats suivants :

- 70 % des ménages pratiquent le tri sélectif ;
- parmi les ménages pratiquant le tri sélectif, 40 % consomment des produits bio ;
- parmi les ménages ne pratiquant pas le tri sélectif, 10 % consomment des produits bio.

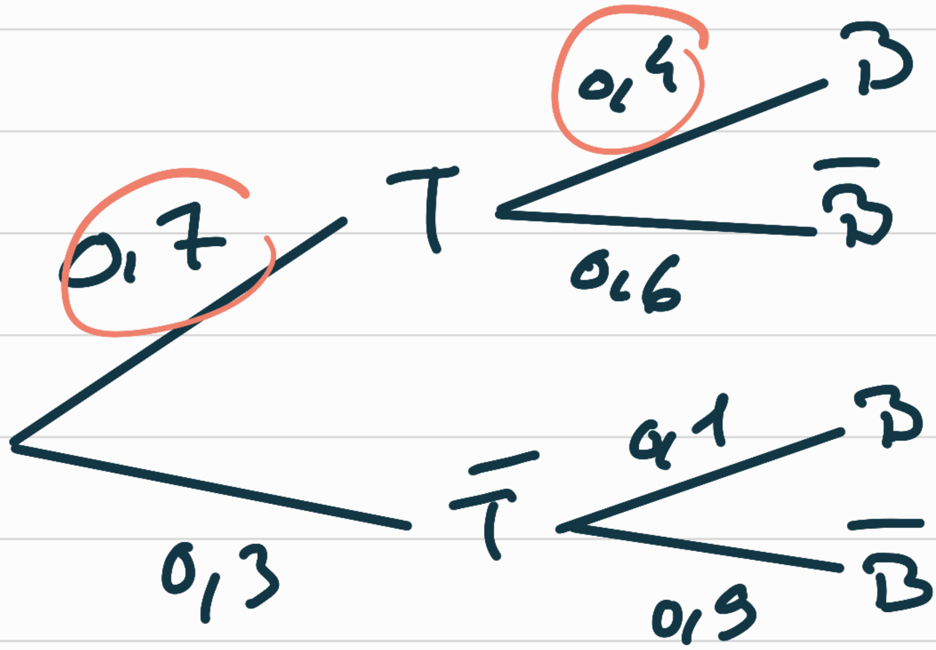
On choisit un ménage au hasard (tous les ménages ayant la même probabilité d'être choisis) et on note : T l'évènement « le ménage pratique le tri sélectif » et $\overline{T}$ son évènement contraire ;
B l'évènement « le ménage consomme des produits bio » et $\overline{B}$ son évènement contraire.

1) a) Donner sans justification la probabilité $p(T)$ de l'évènement T.
   b) Donner sans justification $p_T(B)$ et $p_{\overline{T}}(B)$
2) Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré.
3) a) Calculer la probabilité de l'évènement : « le ménage pratique le tri sélectif et consomme des produits bio ».
   b) Montrer que la probabilité que le ménage consomme des produits bio est égale à 0,31.
4) Calculer la probabilité que le ménage pratique le tri sélectif sachant qu'il consomme des produits bio (arrondir au centième).
5) Les évènements T et B sont-ils indépendants ?
6) Calculer la probabilité de l'évènement $T \cup B$ puis interpréter ce résultat.

1) a) $\mathbb{P}(T) = 0,7$

b) $\mathbb{P}_T(B) = 0,4$ $\quad$ $\mathbb{P}_{\overline{T}}(B) = 0,1$

2)



3) a) $\mathbb{P}(B \cap T) = \mathbb{P}_T(B) \times \mathbb{P}(T)$

$= 0,4 \times 0,7$

$= 0,28.$

donc ....

b) Nous considérons la famille $(T, \overline{T})$, nous avons :

. $\mathbb{P}(T) \neq 0$ et $\mathbb{P}(\overline{T}) \neq 0$

. $T \cap \overline{T} = \emptyset$ par définition

. $T \cup \overline{T} = \Omega$ par définition

donc $(T, \overline{T})$ forme un S.C.E

d'après la formule des probabilités totales :

$$\mathbb{P}(B) = \mathbb{P}(T \cap B) + \mathbb{P}(\overline{T} \cap B)$$

$$= \mathbb{P}_T(B) \times \mathbb{P}(T) + \mathbb{P}_{\overline{T}}(B) \times \mathbb{P}(\overline{T})$$

$$= 0,4 \times 0,7 + 0,1 \times 0,3$$

$$= 0,31$$

donc . . .

4) $\mathbb{P}_B(T) = \dfrac{\mathbb{P}(T \cap B)}{\mathbb{P}(B)}$

$$= \frac{0,28}{0,31}$$

$$\simeq 0,90 .$$

donc ...

5) D'une part, $\mathbb{P}(T \cap B) = 0,28$

D'autre part, $\mathbb{P}(T) \times \mathbb{P}(B) = 0,7 \times 0,31$

$= 0,217$

donc $\mathbb{P}(T \cap B) \neq \mathbb{P}(T) \times \mathbb{P}(B)$
et ~~les~~ évènements ne sont pas indépendants.

6) $\mathbb{P}(T \cup B) = \mathbb{P}(T) + \mathbb{P}(B) - \mathbb{P}(T \cap B)$

$= 0,7 + 0,31 - 0,28$

$= 0,73.$

donc la proba ... <u>de</u> ...