Probabilités

Exercice 2

Dans un espace probabilisé, on considère les deux évènements A et B vérifiant les conditions suivantes :

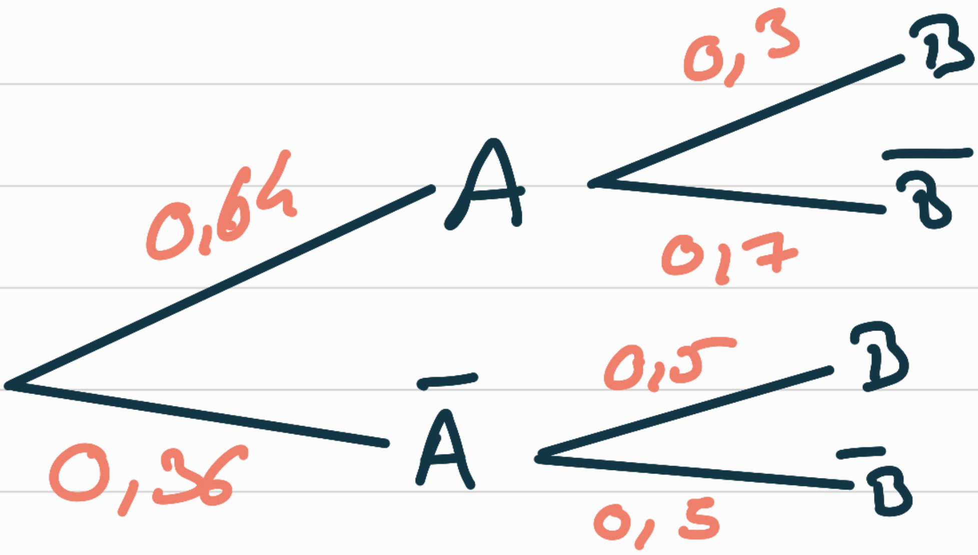
$$\mathcal{P}(A) = 0{,}64 \quad ; \quad \mathcal{P}_A(B) = 0{,}3 \quad ; \quad \mathcal{P}_{\overline{A}}(B) = 0{,}5$$

1. Construire un arbre de probabilité représentant cette situation.

2. a. Déterminer les probabilités des évènements suivants : $\mathcal{P}(A \cap B)$; $\mathcal{P}(\overline{A} \cap B)$

   b. A l'aide de la formule des probabilités totale, déterminer la probabilité de l'évènement B.

1)



2) a) $\mathbb{P}(A \cap B)$

$= \mathbb{P}(A) \times \mathbb{P}_A(B)$

$= 0,64 \times 0,3.$

$= 0,192$

$\mathbb{P}(\bar{A} \cap B)$

$= \mathbb{P}(\bar{A}) \times \mathbb{P}_{\bar{A}}(B)$

$= 0,36 \times 0,5$

$= 0,18.$

b) D'aprés la formule des probabilités :

$$\mathbb{P}(B) = \mathbb{P}(A \cap B) + \mathbb{P}(\bar{A} \cap B)$$

$$= 0,192 + 0,18$$

$$= 0,372.$$

Exercice 3

Dans tout l'exercice, on donnera les résultats arrondis à 10^{-4}

Les résultats d'une enquête concernant les véhicules circulant en France montrent que :

- 88 % des véhicules contrôlés ont des freins en bon état ;
- parmi les véhicules contrôlés ayant des freins en bon état, 92 % ont un éclairage en bon état ;
- parmi les véhicules contrôlés ayant des freins défectueux, 80 % ont un éclairage en bon état.

On choisit au hasard un des véhicules concernés par l'enquête. Il y a équiprobabilité des choix.
On note F l'événement "*le véhicule contrôlé a des freins en bon état*".
On note E l'événement "*le véhicule contrôlé a un éclairage en bon état*".

$\overline{E}$ et $\overline{F}$ désignent les événements contraires de E et F.

1. Décrire cette situation à l'aide d'un arbre.

2. a. Déterminer la probabilité $\mathcal{P}(\overline{F})$ de l'événement $\overline{F}$.

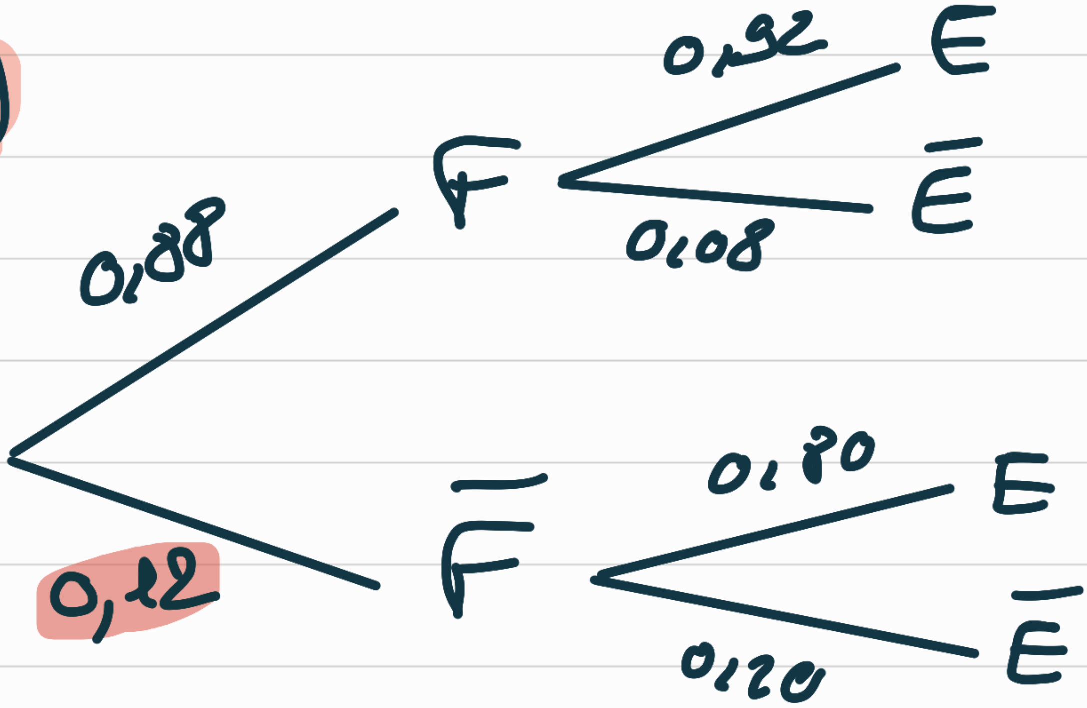
   b. Quelle est la probabilité $\mathcal{P}_{\overline{F}}(\overline{E})$, probabilité que l'éclairage ne soit pas en bon état, sachant que les freins ne sont pas en bon état.

   c. Montrer que la probabilité $\mathcal{P}(E \cap F)$ de l'événement $E \cap F$ est égale à 0,8096.

   d. Quelle est la probabilité pour que le véhicule ait un éclairage en bon état ?

e. Tout conducteur d'un véhicule concerné par l'enquête ayant des freins ou un éclairage défectueux, doit faire réparer son véhicule. Calculer la probabilité pour qu'un conducteur ait des réparations à effectuer sur ses freins ou son éclairage.

1)



2) a) $P(\bar{F}) = 1 - P(F)$

$= 1 - 0,88$

$= 0,22.$

donc . . .

b) $P_{\bar{F}}(\bar{E}) = 1 - P_{\bar{F}}(E)$

$= 1 - 0{,}80$

$= 0{,}20.$

donc ...

c) $P(E \cap F)$

$= P(F) \times P_F(E)$

$= 0{,}88 \times 0{,}92$

$= 0{,}8096$

donc ...

d) D'après la formule des probabilités totales :

$$P(E) = P(E \cap F) + P(E \cap \overline{F})$$

$$= 0,8096 + 0,12 \times 0,80$$

$$= 0,9056.$$

donc ...

e) $P(\overline{F} \cup \overline{E}) = P(\overline{F}) + P(\overline{E}) - P(\overline{F} \cap \overline{E})$

$$= 0,12 + (1 - 0,9056) - 0,12 \times 0,20$$

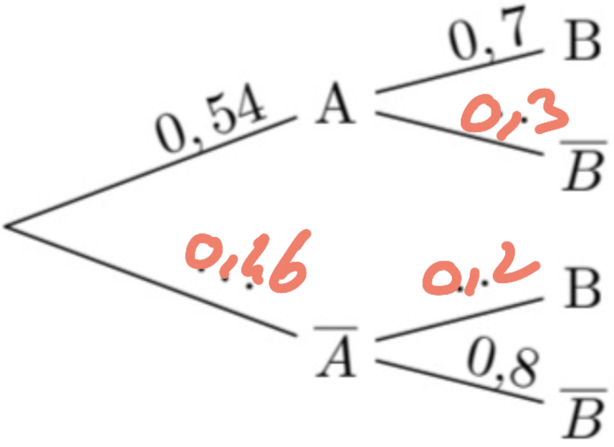
$= 0{,}12 + 0{,}0344 - 0{,}024$

$= 0{,}1304.$

donc ...

Exercice 4

Dans un espace probabilisé, on considère deux évènements A et B. Voici un arbre de probabilité réalisé avec ces deux évènements :



1. Compléter l'arbre de probabilité représentant cette expérience aléatoire.

2. Justifier chacune des valeurs suivantes *(arrondies au millième près)* :

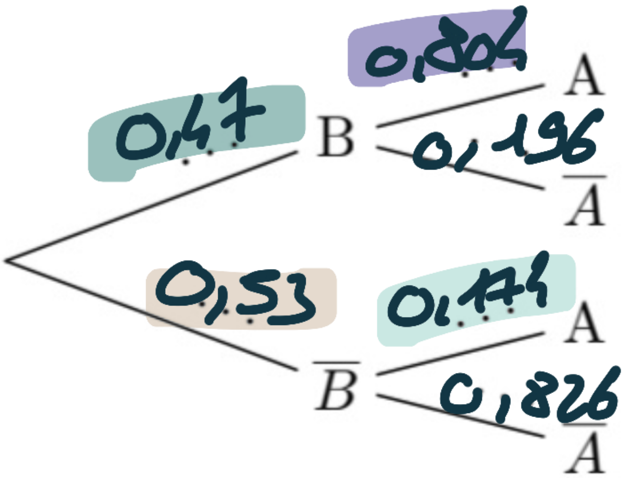
   a. $\mathcal{P}(A \cap B) = 0{,}378$ ✓ b. $\mathcal{P}(\overline{A} \cap B) = 0{,}092$ ✓

   c. $\mathcal{P}(B) = 0{,}47$ ✓ d. $\mathcal{P}_B(A) \approx 0{,}804$ ✓

3. Déterminer les probabilités suivantes :

   a. $\mathcal{P}(A \cap \overline{B})$ d. $\mathcal{P}(\overline{B})$ f. $\mathcal{P}_{\overline{B}}(A)$

4. Construire l'arbre de probabilité ci-contre en le complétant avec les valeurs des probabilités arrondies au millième :



3) • $\mathbb{P}(A \cap \overline{B}) = 0,54 \times 0,3$

$= 0,162$

• $\mathbb{P}(\overline{B}) = 1 - \mathbb{P}(B)$

$= 1 - 0,47 = 0,53$

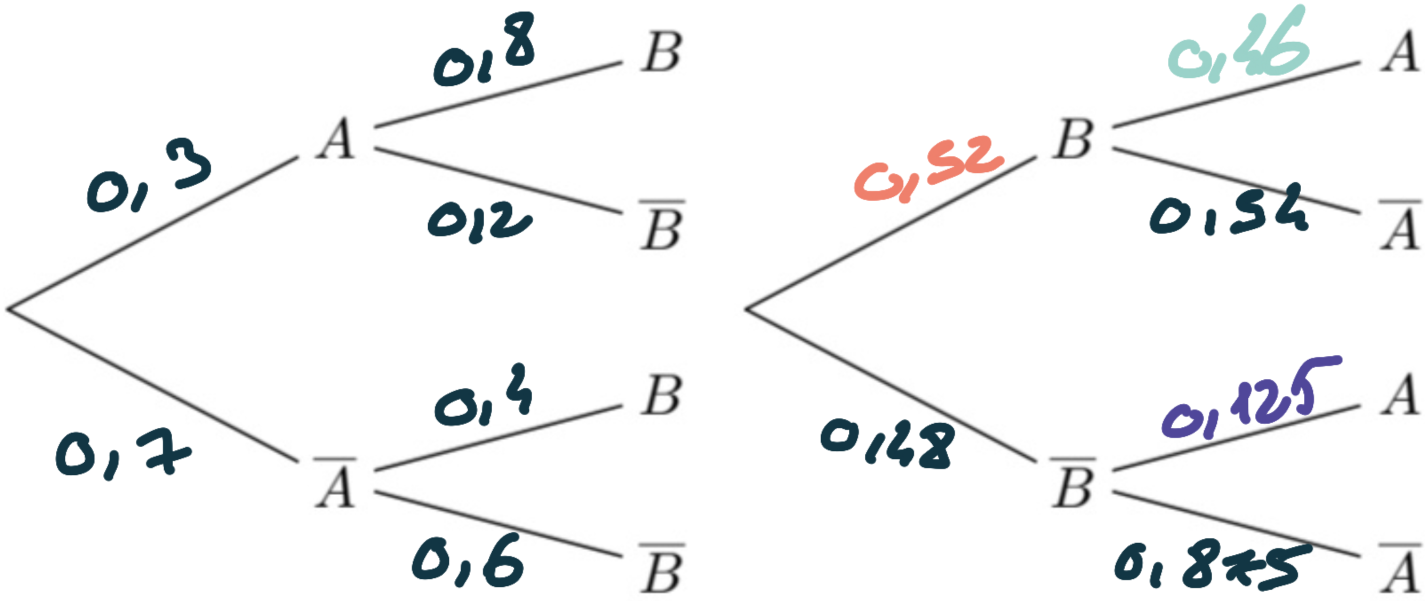
• $\mathbb{P}_{\overline{B}}(A) = \dfrac{\mathbb{P}(A \cap \overline{B})}{\mathbb{P}(\overline{B})} = \dfrac{0,162}{0,53}$

$\simeq 0,306$

Exercice 5

Dans un espace probabilisé, on considère deux évènements A et B. On connait les probabilités suivantes :

$$\mathcal{P}(A) = 0{,}3 \quad ; \quad \mathcal{P}_A(B) = 0{,}8 \quad ; \quad \mathcal{P}_{\overline{A}}(\overline{B}) = 0{,}6$$



Compléter, si nécessaire avec des valeurs arrondies au centième, les deux arbres de probabilité ci-dessus.

$$\mathbb{P}(B) = \mathbb{P}(A \cap B) + \mathbb{P}(\bar{A} \cap B)$$

$$= 0{,}3 \times 0{,}8 + 0{,}7 \times 0{,}4$$

$$= 0{,}52$$

$$\mathbb{P}_B(A) = \frac{\mathbb{P}(B \cap A)}{\mathbb{P}(B)}$$

$$= \frac{0{,}3 \times 0{,}8}{0{,}52}$$

$$\simeq 0{,}46$$

$$\mathbb{P}_{\overline{B}}(A) = \frac{\mathbb{P}(\overline{B} \cap A)}{\mathbb{P}(\overline{B})}$$

$$= \frac{0{,}3 \times 0{,}2}{0{,}48}$$

$$= 0{,}125$$

Exercice 6

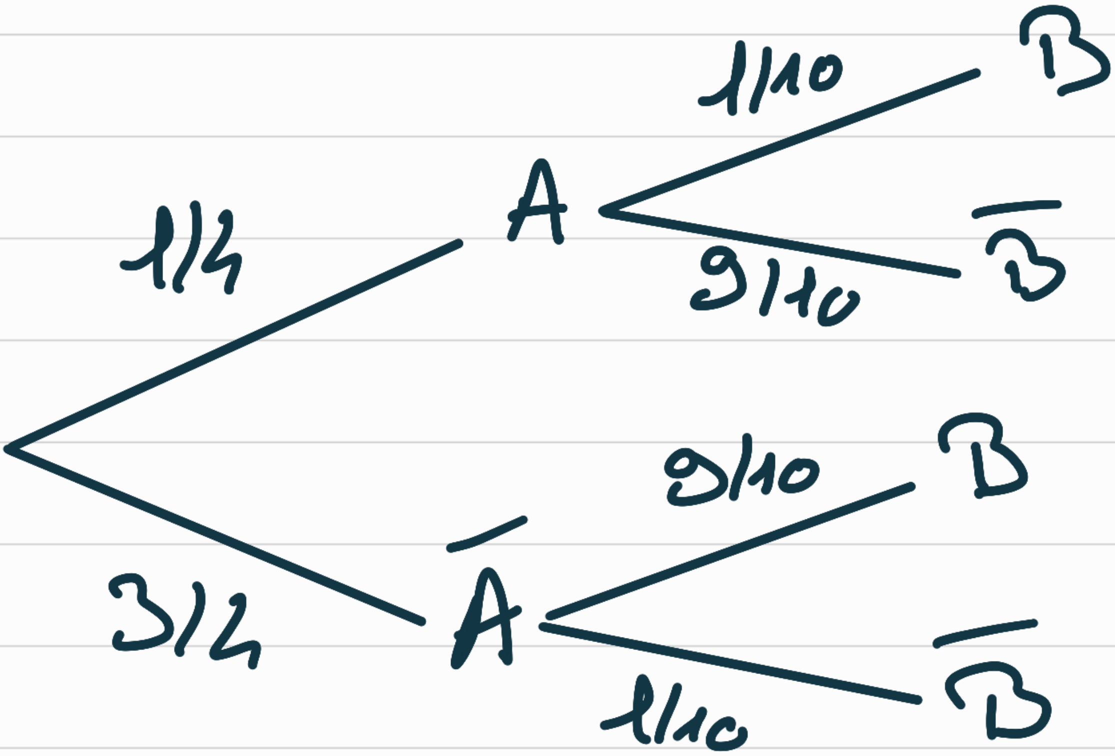
Dans ma rue, il pleut un soir sur quatre.

S'il pleut, je sors mon chien avec une probabilité égale à $\frac{1}{10}$; s'il ne pleut pas, je sors mon chien avec une probabilité égale à $\frac{9}{10}$.

Sachant que j'ai sorti mon chien, quel est la probabilité qu'il pleuve?

A : il pleut

B : sortir le chien.



on cherche $\mathbb{P}_B(A)$

$$\mathbb{P}_B(A) = \frac{\mathbb{P}(A \cap B)}{\mathbb{P}(B)}$$

$$\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A) \times \mathbb{P}_A(B)$$

$$= \frac{1}{4} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{40}$$

$$\mathbb{P}(B) = \mathbb{P}(A \cap B) + \mathbb{P}(\bar{A} \cap B)$$

$$= \frac{1}{40} + \frac{3}{4} \times \frac{9}{10} = \frac{28}{40} = \frac{7}{10}$$

$$\mathbb{P}_B(A) = \frac{1/40}{7/10} = \frac{1}{28}.$$