

Fonctions

Exercice 1

Compléter le tableau suivant :

En français	En mathématiques
L'image de 2 est 3	$f(\cdot 2 \cdot) = \cdot 3 \cdot$
1 est l'image de 8	$f(\cdot 8 \cdot) = \cdot 1 \cdot$
5 est l'antécédent de 4	$f(\cdot 5 \cdot) = \cdot 4 \cdot$
13 a pour antécédent -7	$f(\cdot -7 \cdot) = \cdot 13 \cdot$

Exercice 2

On considère la fonction k définie sur \mathbb{R} par : $k(x) = -7x + 9$. Calculer : $k(10)$, $k(-4)$, $k(\frac{3}{7})$ et $k(\frac{1}{4})$.

$$k(10) = -7 \times 10 + 9 = -70 + 9 = -61$$

$$k(-4) = -7 \times -4 + 9 = 28 + 9 = 37$$

$$k\left(\frac{3}{7}\right) = -\cancel{7} \times \frac{3}{\cancel{7}} + 9 = -3 + 9 = 6$$

$$k\left(\frac{1}{4}\right) = -\frac{7}{\cancel{1}} \times \frac{1}{4} + 9 = \frac{-7 \times 1}{1 \times 4} + 9$$

$$= -\frac{7}{4} \overset{x+4}{\nearrow} 9$$

$\xrightarrow{x \times 4}$

$$= -\frac{7}{4} + \frac{9 \times 4}{1 \times 4}$$

$$= -\frac{7}{4} + \frac{36}{4} = \frac{29}{4}$$

Exercice 3

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = 3x^2 + 7x$. Calculer les images de 0; 2; -3 et $\frac{1}{2}$.

$$f(0) = 3 \times 0^2 + 7 \times 0 = 0 \quad / \quad f(2) = 3 \times 2^2 + 7 \times 2$$

$$f(-3) = 3 \times (-3)^2 + 7 \times -3 \quad / \quad = 3 \times 4 + 14$$
$$= 3 \times 9 - 21 \quad / \quad = 12 + 14 = 26.$$

$$= 27 - 21 = 6$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = 3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 7 \times \frac{1}{2}$$

$$= 3 \times \frac{1}{4} + \frac{7}{2}$$

$$= \frac{3}{4} + \frac{7}{2}$$

$$= \frac{3}{4} + \frac{7 \times 2}{2 \times 2}$$

$$= \frac{3}{4} + \frac{14}{4}$$

$$= \frac{17}{4}$$

Exercice 4

On définit deux fonctions k et l , définies sur \mathbb{R} , par : $k(x) = 2x + 3$ et $l(x) = x^2$.

1. Déterminer le(s) antécédent(s) de 2 par la fonction k .

$$k(x) = 2 \Leftrightarrow 2x + 3 = 2 \Leftrightarrow 2x = 2 - 3 = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$$

2. Déterminer le(s) antécédent(s) de 3 par la fonction l .

$$l(x) = 3 \Leftrightarrow x^2 = 3 \Leftrightarrow x = \sqrt{3} \text{ et } x = -\sqrt{3}$$

$$\hookrightarrow x^2 = a \Leftrightarrow x = \sqrt{a} \text{ ou } x = -\sqrt{a}$$

Exercice 5

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = 3x^3 - 5x$. Calculer les images de 0 ; 2 ; -3 et $\frac{1}{2}$.

$$f(0) = 3 \times 0^3 - 5 \times 0 = 0 \quad / \quad f(2) = 3 \times 2^3 - 5 \times 2 = 3 \times 8 - 10 = 14$$

$$f(-3) = 3 \times (-3)^3 - 5 \times (-3) = 3 \times -27 + 15 = -81 + 15 = -66$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = 3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 - 5 \times \frac{1}{2}$$

$$= 3 \times \frac{1}{8} - \frac{5}{2}$$

$$= \frac{3}{8} - \frac{5}{2}$$

$$= \frac{3}{8} - \frac{5 \times 4}{2 \times 4} = \frac{3}{8} - \frac{20}{8} = -\frac{17}{8}$$

Exercice 6

Le kilogramme de pommes coûte 1,50 €. On considère la fonction f qui à une masse de pommes associe son prix.

- Donner une expression de f .

$$f(x) = 1,5x$$

- Quelle est la nature de cette fonction?

Linéaire

- Calculer l'image de 10 par la fonction f et interpréter le résultat par rapport à la situation.

$$f(10) = 1,5 \times 10 = 15 \dots 10 \text{ kg pomme} = 15 \text{ €}$$

- Déterminer l'antécédent de 4,5 par la fonction f et interpréter le résultat obtenu.

$$f(x) = 4,5 \Leftrightarrow 1,5x = 4,5 \Leftrightarrow x = \frac{4,5}{1,5} = \frac{9}{3} = \frac{3 \times 3}{3} = 3$$

\hookrightarrow 3 kilos pomme = 4,5 €

Exercice 7

Dans un club de gym, deux formules sont proposées :

Formule A : abonnement mensuel de 18 € et 5 € par séance ;

Formule B : abonnement mensuel de 28 € et 3,75 € par séance.

Soit x le nombre de séances mensuelles d'un abonné.

1. Exprimer, en fonction de x , $f(x)$ le prix payé avec la formule A, puis $g(x)$ le prix payé avec la formule B.

$$f(x) = 18 + 5x \quad g(x) = 28 + 3,75x$$

2. Quelle formule est la plus avantageuse lorsqu'un abonné choisit 6 séances mensuelles ?

$$f(6) = 18 + 5 \times 6 = 48 \quad g(6) = 28 + 3,75 \times 6 = 50,5$$

3. Un abonné dispose de 118 €. Quelle formule peut-on lui conseiller ?

$$f(x) = 118 \Leftrightarrow 18 + 5x = 118 \Leftrightarrow 5x = 118 - 18 = 100 \Leftrightarrow x = \frac{100}{5} = 20$$

$$g(x) = 118 \Leftrightarrow 28 + 3,75x = 118 \Leftrightarrow 3,75x = 118 - 28 = 90 \Leftrightarrow x = \frac{90}{3,75} = 24$$

4. Déterminer le nombre minimal de séances mensuelles pour que la formule B soit la plus avantageuse.

$$g(x) \leq f(x) \Leftrightarrow 28 + 3,75x \leq 18 + 5x$$

$$\Leftrightarrow 3,75x - 5x \leq 18 - 28$$

$$\Leftrightarrow -2,75x \leq -10$$

$$\Leftrightarrow x \geq \frac{-10}{-2,75} \approx 3,6$$

donc à partir de 4 séances.