

$$\Delta = 0 \Rightarrow x_0 = \frac{-b}{2a}$$

$\Delta < 0 \Rightarrow$ pas de solution

x	$-\infty$	$+\infty$
signe <u>ax^2+bx+c</u>	Signe de a	

forme canonique :

$$f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$$

avec $\alpha = -\frac{b}{2a}$ et $\beta = f(\alpha)$

exercice 3 :

$$\textcircled{b) \left\{ \begin{array}{l} \omega_0 = -1 \\ \omega_{n+1} + \omega_n = \frac{1}{4} \omega_n \end{array} \right.$$

$$\omega_{n+1} + \omega_n = \frac{1}{4} \omega_n$$

$$\omega_{n+1} = \frac{1}{4} \omega_n - \omega_n$$

$$\omega_{n+1} = -\frac{3}{4} \omega_n$$

↳ déf. suite géométrique

(ω_n) est géométrique de raison $-\frac{3}{4}$ et de premier terme $\omega_0 = -1$.

exercice 4:

$$\begin{aligned} 1) S_1 &= u_0 + \dots + u_{29} \\ &= u_0 \times \left(\frac{1 - q^{30}}{1 - q} \right) \\ &= 3 \times \left(\frac{1 - 2^{30}}{1 - 2} \right) \\ &= 3 \times \frac{1 - 2^{30}}{-1} \\ &= -3(1 - 2^{30}) \\ &= \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2) S_2 &= v_5 + \dots + v_{30} \cdot \overset{n-p+1}{\text{}} \\
 &= v_5 \times \frac{1 - q^{30-5+1}}{1 - q} \\
 &= 2 \times \frac{1 - 0,5^{26}}{1 - 0,5}
 \end{aligned}$$

$$S = u_0 + \dots + u_n$$

$$= u_0 \times \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$$

$$S = 1 + q + \dots + q^n$$

$$= \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$$

$$= 2 \times \frac{1 - 0,5^{26}}{0,5} = 4(1 - 0,5^{26}) = \dots$$

$$3) S = \underbrace{1}_{u_0} + 2 + 4 + \dots + \underbrace{256}_{u_8}$$

$$= 2^0 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^8$$

$$= \frac{1 - 2^9}{1 - 2}$$

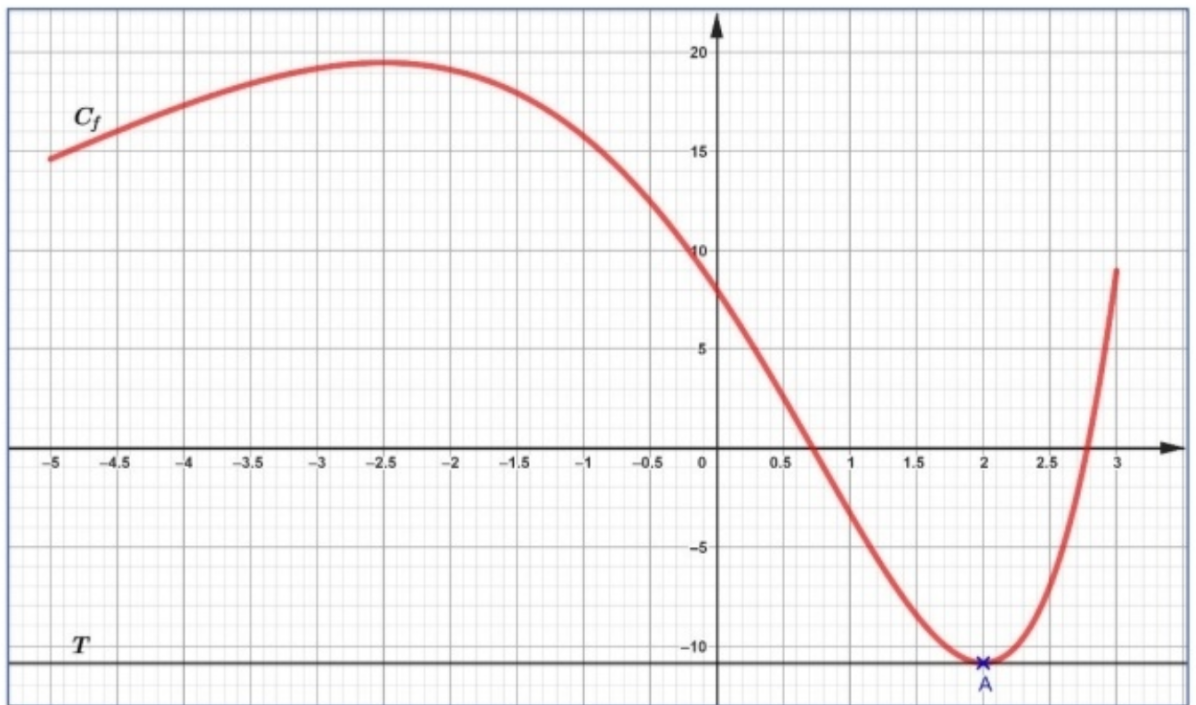
$$= \frac{1 - 512}{-1}$$

$$= 511$$

Sujet 2

Partie B

On considère la fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-5; 3]$ dont on donne ci-dessous la courbe représentative C_f .



La tangente T à la courbe C_f au point A d'abscisse 2 est horizontale.

1. Donner la valeur du nombre dérivé $f'(2)$.
2. Résoudre, avec la précision permise par le graphique, l'inéquation $f'(x) < 0$.
3. On sait que la fonction f a pour expression sur l'intervalle $[-5; 3]$

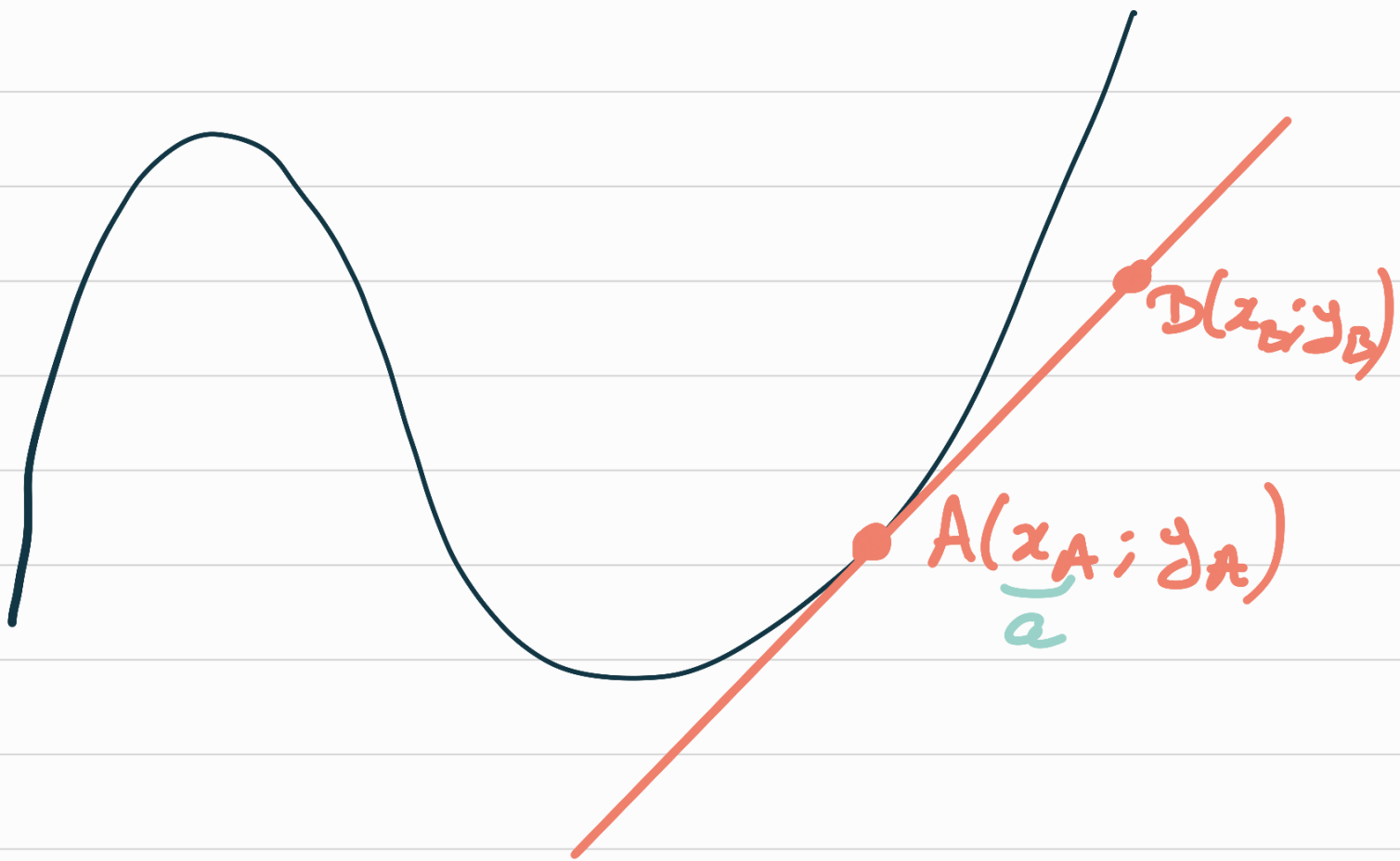
$$f(x) = (4x^2 - 14x + 8)e^{0,5x}.$$

Démontrer que, pour tout x appartenant à l'intervalle $[-5; 3]$, on a

$$f'(x) = P(x)e^{0,5x}.$$

4. En utilisant les résultats de la **partie A**, dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[-5; 3]$. (Il n'est pas demandé de calculer les images).

1) $f'(2) = 0$ car la tangente est horizontale.



$$f'(a) = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}.$$

2) Comme f est décroissante sur $[-2,5; 2]$, donc la solution de l'inéquation $f'(x) < 0$,

Soit $] -2,5 ; 2 [$

Exercice 2 :

Soit h la fonction définie sur $[0 ; +\infty[$ par $h(x) = \frac{2x}{x^2+9}$.

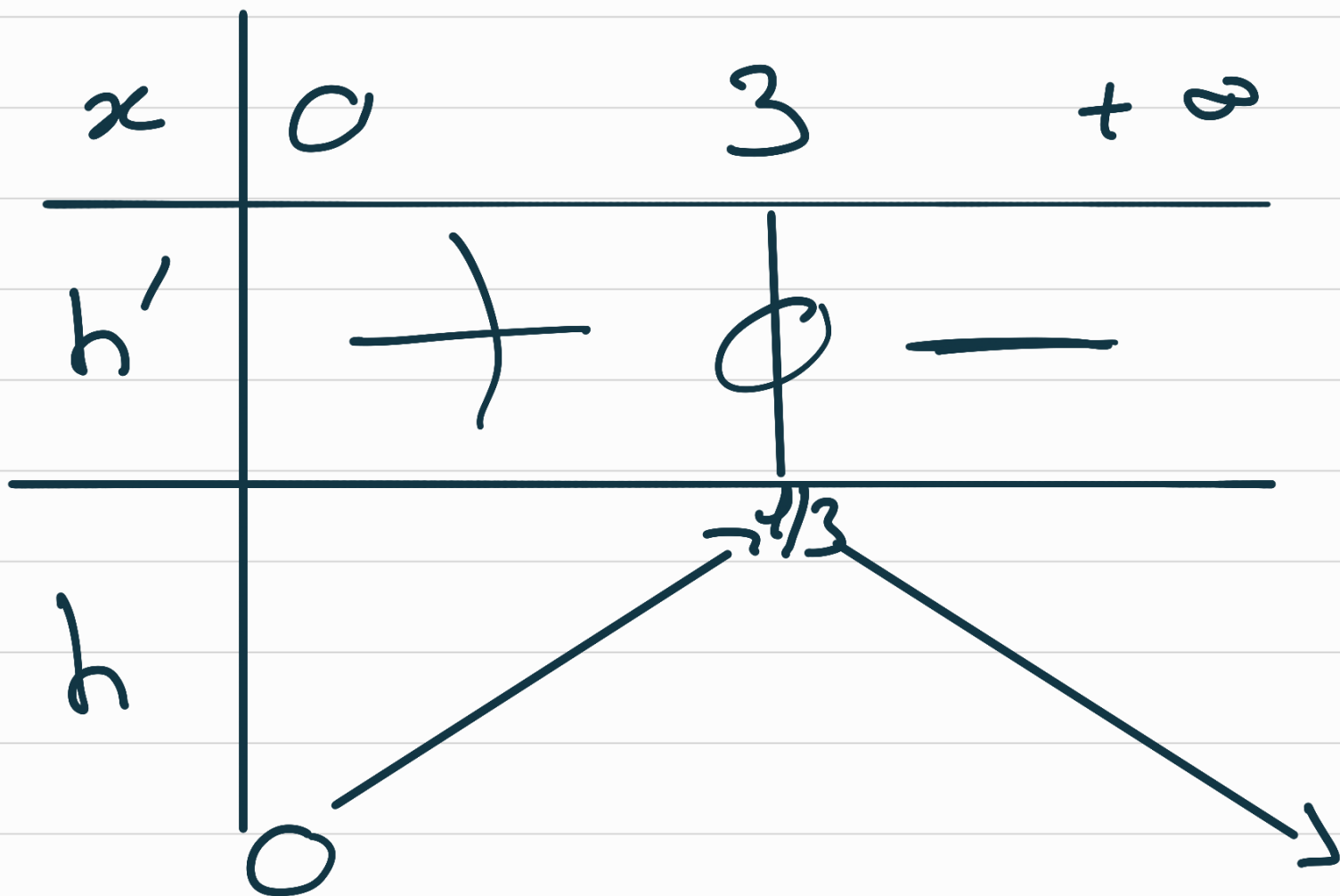
1) Vérifier que, pour tout nombre réel $x \geq 0$: $h'(x) = \frac{2(3+x)(3-x)}{(x^2+9)^2}$.

2) Dresser, en justifiant, le tableau de variations de la fonction h .

3) Démontrer que, pour tout nombre réel $x \geq 0$: $h(x) \leq \frac{1}{3}$.

2) $h'(x) = \frac{2(3+x)(3-x)}{(x^2+9)^2}$ signe?

x	$-\infty$	0	$\frac{-3}{-1} = 3$	$+\infty$
signe				
$3-x$		+	0	-



3) La fonction h admet pour maximum $\frac{1}{3}$ sur $[0; +\infty[$.

Donc $\forall x \geq 0, h(x) \leq \frac{1}{3}$.

Exercice 3 :

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par

$$f(x) = -x^3 + 2x - 2.$$

1. Etudier les variations de la fonction f sur \mathbb{R} . Le signe de la dérivée sera justifié.
2. (a) Calculer $f(0)$ et $f'(0)$.
(b) Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse $x = 0$.
3. (a) On considère la droite (d) d'équation $y = -x + 3$. Montrer qu'il existe plusieurs tangentes à la courbe de f parallèles à (d) .
(b) Vérifier sur le graphique ci-dessous représentant la fonction f .

. Il existe plusieurs tangentes parallèles à $(d) \Leftrightarrow f'(x) = -1$

\Rightarrow on doit résoudre $f'(x) = -1$

$$f'(x) = -3x^2 + 2$$

$$-3x^2 + 2 = -1$$

$$-3x^2 + 2 + 1 = 0$$

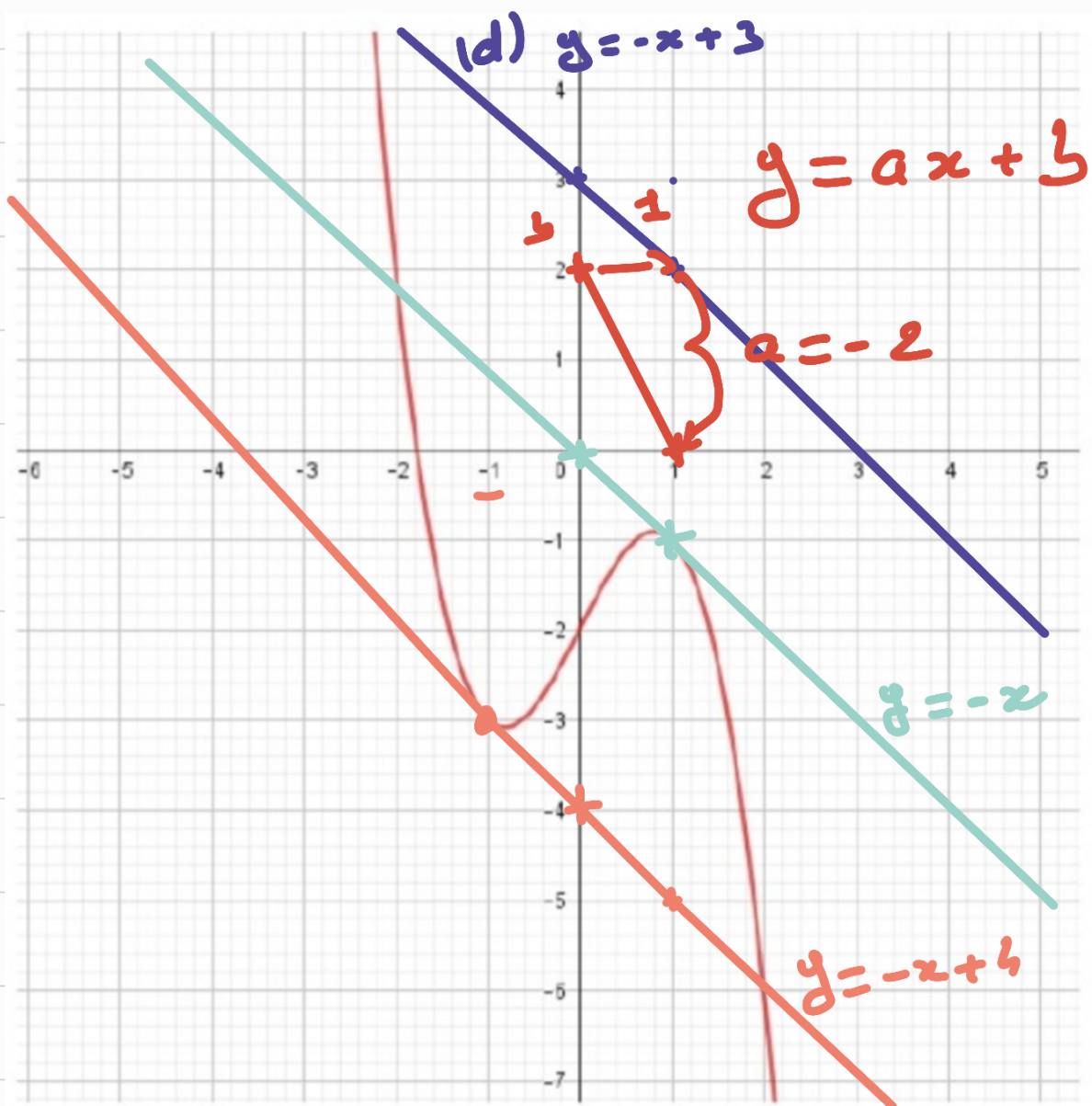
$$-3x^2 + 3 = 0$$

$$\Delta = 0 - 4 \times -3 \times 3 = 36 > 0$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{0 - \sqrt{36}}{2x-3} = \frac{-6}{2} = -1$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{0 + \sqrt{36}}{2x-3} = \frac{6}{2} = 1$$

donc les tangentes aux points d'abscisses 1 et -1 sont parallèles à la droite (d).



$$T_{\pm} f: y = f'(1)(x-1) + f(1)$$

$$y = -\overbrace{(x-1)} - 1$$

$$y = -x + 1 - 1$$

$$y = -x$$

$$T_{-1} f: y = f'(-1)(x+1) + f(-1)$$

$$y = -(x+1) - 3$$

$$y = -x - 1 - 3$$

$$y = -x - 4$$

Exercice 2 (X points)

On se place dans un repère $(0; \vec{i}; \vec{j})$ orthogonal.

1. On considère la fonction g définie pour tout réel x par $g(x) = x^2 - 5x + 4$.
On note \mathcal{P} la courbe représentative de la fonction g .

a. Étudier le signe de la fonction g sur \mathbf{R} .

b. On considère un entier naturel n quelconque.

On note A_n le point de la courbe \mathcal{P} d'abscisse n .

On note a_n le coefficient directeur de la droite $(A_n A_{n+1})$.

Justifier que pour tout entier naturel n , on a $a_n = 2n - 4$.

c. Quelle est la nature de la suite (a_n) ?

2. On considère la fonction f définie pour tout réel x de l'intervalle $[0,5 ; 8]$ par

$$f(x) = x - 5 + \frac{4}{x}.$$

On note \mathcal{C} la courbe représentative de la fonction f .

a. Vérifier que pour tout réel x , de l'intervalle $[0,5 ; 8]$ on a $f(x) = \frac{g(x)}{x}$.

b. A l'aide de la question 1.a, déterminer la position de la courbe \mathcal{C} par rapport à l'axe des abscisses.

c. On admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle $[0,5 ; 8]$.

Montrer que tout réel x de l'intervalle $[0,5 ; 8]$ on a :

$$f'(x) = \frac{(x-2)(x+2)}{x^2}.$$

d. En déduire le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0,5 ; 8]$.

e. Réaliser un schéma de l'allure de la courbe \mathcal{C} sur lequel apparaîtront les résultats des questions 2.b et 2.d.

$$1) \quad A_n(n; g(n))$$

$$A_{n+1}(n+1; g(n+1))$$

$$g(n) = n^2 - 5n + 4$$

$$g(n+1) = (n+1)^2 - 5(n+1) + 4$$

$$= n^2 + 2n + 1 - 5n - 5 + 4$$

$$= n^2 - 3n$$

$$a_n = \frac{y_{A_{n+1}} - y_{A_n}}{x_{A_{n+1}} - x_{A_n}}$$

$$= \frac{n^2 - 3n - (n^2 - 5n + 4)}{\cancel{n+1} - \cancel{n}}$$

$$= \cancel{n^2} - 3n - \cancel{n^2} + 5n - 4 = 2n - 4$$

2. On considère la fonction f définie pour tout réel x de l'intervalle $[0,5 ; 8]$ par

$$f(x) = x - 5 + \frac{4}{x}.$$

On note \mathcal{C} la courbe représentative de la fonction f .

- a. Vérifier que pour tout réel x , de l'intervalle $[0,5 ; 8]$ on a $f(x) = \frac{g(x)}{x}$.
- b. A l'aide de la question 1.a, déterminer la position de la courbe \mathcal{C} par rapport à l'axe des abscisses.
- c. On admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle $[0,5 ; 8]$.
Montrer que tout réel x de l'intervalle $[0,5 ; 8]$ on a :

$$f'(x) = \frac{(x-2)(x+2)}{x^2} > 0$$

- d. En déduire le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0,5 ; 8]$.
- e. Réaliser un schéma de l'allure de la courbe \mathcal{C} sur lequel apparaîtront les résultats des questions 2.b et 2.d.

a)

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{x^2}{x} - \frac{5x}{x} + \frac{4}{x} \\ &= \frac{x \times x}{x} - \frac{5 \times x}{x} + \frac{4}{x} \\ &= \frac{x^2 - 5x + 4}{x} \\ &= \frac{g(x)}{x} \end{aligned}$$

$$b) f(x) = \frac{g(x)}{x > 0}$$

comme $x > 0$, alors f est du même signe que g .

x	0,5	1	4	8	
signe g = signe g	+	0	-	0	+

donc \mathcal{C} est au dessus de l'axe des abscisses sur $[0,5; 1]$ et sur $[4; 8]$ et \mathcal{C} est au dessous de l'axe des abscisses sur $[1; 4]$.

d) $x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$

x	$0,5$	2	3
$x - 2$	$-$	0	$+$
$x + 2$	$+$	\vdots	$+$
x^2	$+$	\vdots	$+$
f'	$-$	0	$+$
f	$3,5$	-1	$7/2$

e)

