

Exercise 6

1. On considère la suite arithmétique (u_n) de premier terme $u_0 = 48$ et de raison -5 .
 - a. Donner la relation de récurrence vérifiée par (u_n) , puis la formule explicite de (u_n) .
 - b. Calculer u_5 .
 - c. ~~Déterminer le sens de variation de la suite (u_n) .~~
2. Reprendre la question 1. en considérant cette fois la suite géométrique (v_n) de premier terme $v_1 = -2$ et de raison 3.

1) a) $u_{n+1} = u_n - 5$

$$\begin{aligned} u_n &= u_0 + n \times r \\ &= 48 - 5n \end{aligned}$$

b) $u_{15} = 48 - 5 \times 15$

$$= -27$$

$$\left\{ \begin{array}{l} u_{n+1} = u_n \times q \rightarrow \text{récurrence} \\ u_n = u_0 \times q^n \rightarrow \text{explicit} \end{array} \right.$$

2) a) $v_{n+1} = 3v_n$

$$v_n = v_1 \times q^{n-1} = \underline{\underline{-2 \times 3^{n-1}}}$$

b) $v_{15} = -2869784.$

Exercice 15

Les deux parties suivantes sont indépendantes.

Partie A. On considère la suite (v_n) définie par $v_0 = 1$ et $v_{n+1} = \frac{2}{3}v_n$ pour tout entier naturel n .

1. Quelle est la nature de la suite (v_n) ? En préciser les éléments caractéristiques.
2. Donner, pour tout entier naturel n , une expression de v_n en fonction de n .
3. ~~Calculer la somme S des dix premiers termes de la suite (v_n) .~~

1) (v_n) est géométrique de raison $\frac{2}{3}$ et de premier terme $v_0 = 1$.

$$\begin{aligned} 2) \quad v_n &= v_0 \times q^n = 1 \times \left(\frac{2}{3}\right)^n \\ &= \left(\frac{2}{3}\right)^n. \end{aligned}$$

Exercice 8

Une entreprise décide de verser à ses ingénieurs une prime annuelle de 500 euros.

Pour ne pas se dévaluer, il est prévu que chaque année la prime augmente de 2% par rapport à l'année précédente.

On note (u_n) la suite des primes avec $u_1 = 500$.

1. Calculer u_2 puis u_3 (c'est-à-dire la prime versée par l'entreprise la 2^{ème} année et la 3^{ème} année).
2. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n . En déduire la nature de la suite (u_n) .
3. Un ingénieur compte rester 20 ans dans cette entreprise à partir du moment où est versée la prime.
 - a. Calculer la prime qu'il touchera la 20^{ème} année
 - b. Calculer la somme totale S des primes touchées sur les 20 années.

$$\begin{aligned} 1) \quad u_2 &= 500 \times \left(1 + \frac{2}{100}\right) \\ &= 510 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_3 &= 510 \times \left(1 + \frac{2}{100}\right) \\ &= 520,2 \end{aligned}$$

$$2) \quad u_{n+1} = u_n \times \left(1 + \frac{2}{100}\right)$$

$$u_{n+1} = 1,02 u_n$$

et donc (u_n) est géométrique.

$$3) \quad u_n = u_1 \times q^{n-1} \\ = 500 \times (1,02)^{n-1}$$

$$u_{20} = 500 \times (1,02)^{20-1} \\ = 728,406 \quad .$$