

Intégrales

exercice :

Vérifie que $F(x) = x^4 + 2x$ est une primitive de $f(x) = 4x^3 + 2$.

F est une primitive de f
si $F' = f$.

$$F'(x) = 4x^3 + 2 = f(x)$$

donc F est une primitive de f .

exercice :

Déterminer une primitive F de chacune des fonctions suivantes :

$$f(x) = 3x^2$$

$$L, F(x) = 3 \times \frac{x^3}{3} = x^3$$

$$f(x) = 5x^4 - 2x$$

$$L, F(x) = 5 \times \frac{x^5}{5} - \frac{2 \times x^2}{2} \\ = x^5 - x^2$$

$$f(x) = 4x^3 - 7$$

$$L, F(x) = 4 \times \frac{x^4}{4} - 7x$$

exercice :

Calculer les intégrales :

$$\begin{aligned} \bullet \int_0^2 3x^2 dx &= \left[\cancel{3} \times \frac{x^3}{\cancel{3}} \right]_0^2 \\ &\text{primitive} \\ &= 2^3 - 0^3 \\ &= 8 \end{aligned}$$



$$\cdot \int_1^3 (2x+1) dx$$

$$= \left[\cancel{2} \frac{x^2}{\cancel{2}} + x \right] \begin{matrix} \textcircled{3} \\ \textcircled{1} \end{matrix}$$

$$= (3^2 + 3) - (1^2 + 1)$$

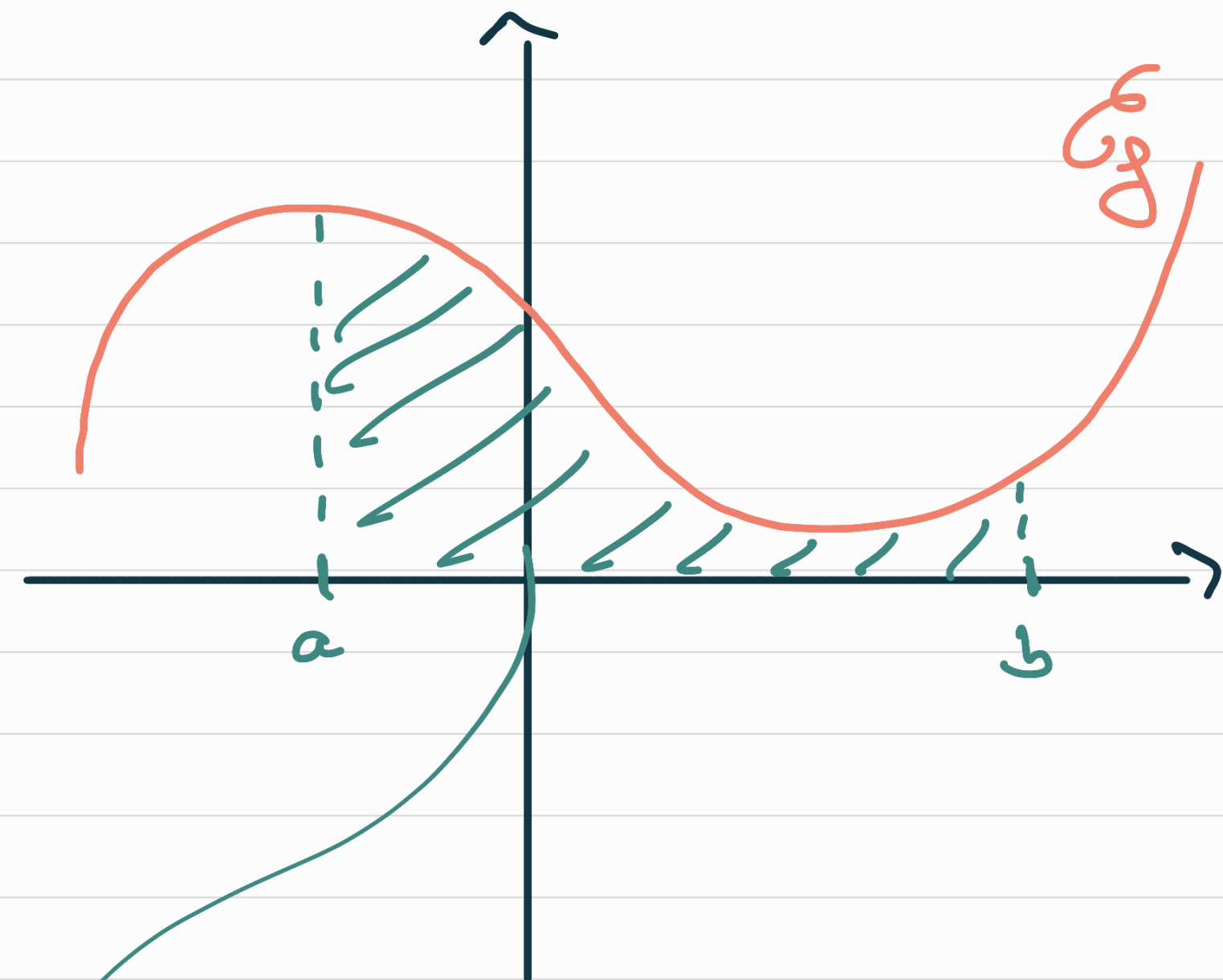
$$= 12 - 2$$

$$= 10$$

prop: $\int u + v dx$

$$= \int u dx + \int v dx$$

6. Propriété



$\int_a^b f(x) dx = \text{aire comprise}$
entre le graphe
de f et l'axe
des abscisses.

exercice

On considère la fonction $f(x) = x + 1$.

1) Calculer $\int_0^3 f(x) dx$.

$$\int_0^3 f(x) dx = \int_0^3 x + 1 dx$$

 primitives

$$= \left[\frac{x^2}{2} + x \right]_0^3$$

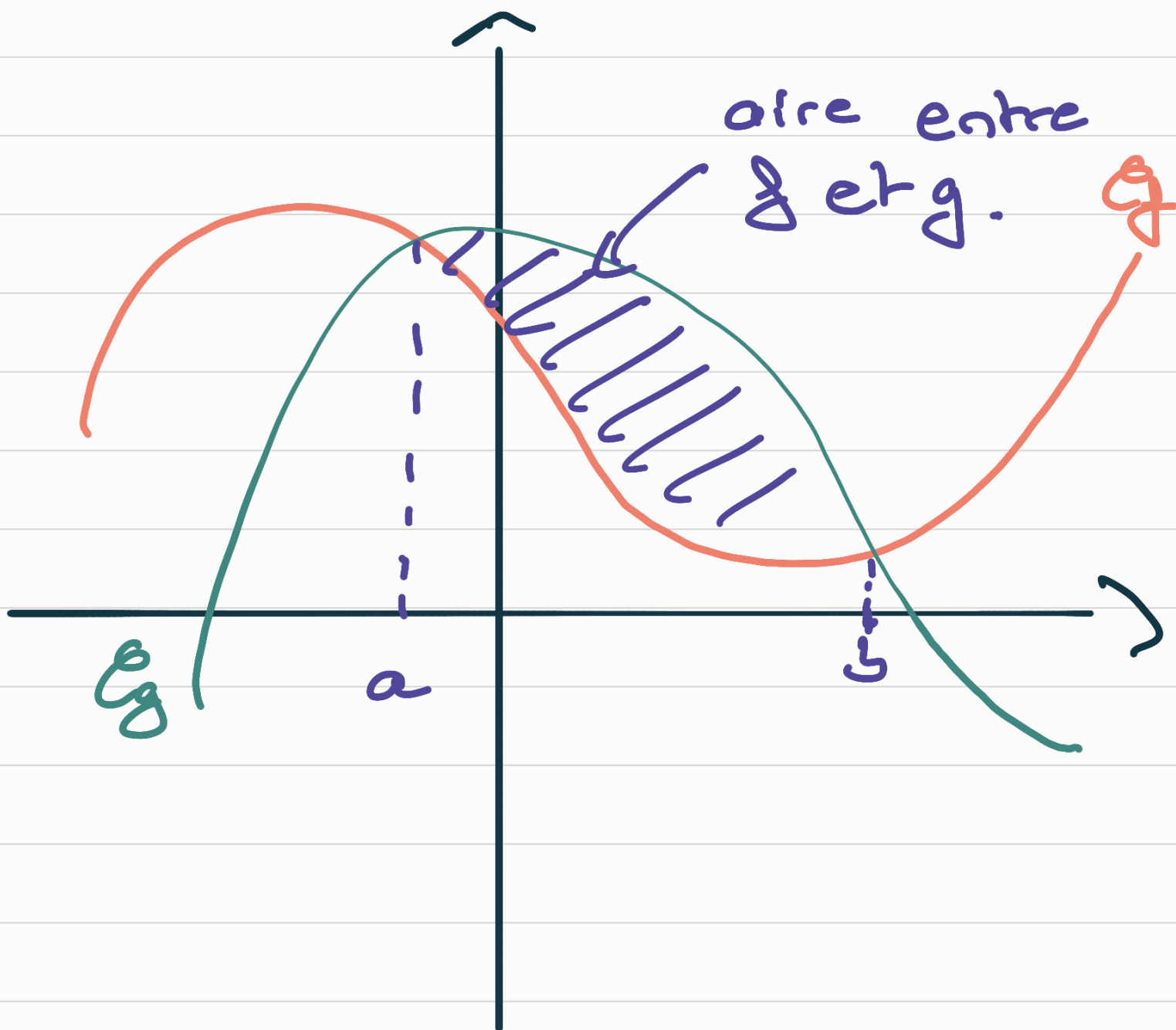
$$= \left(\frac{3^2}{2} + 3 \right) - \left(\frac{0^2}{2} + 0 \right)$$

$$= \frac{9}{2} + 3 = \frac{15}{2} = 7,5$$

2) En déduire l'aire sous la courbe de f entre $x=0$ et $x=3$.

$$\int_0^3 f(x) dx = 7,5.$$

donc l'aire sous la courbe de f entre $x=0$ et $x=3$ est de 7,5 u.a.

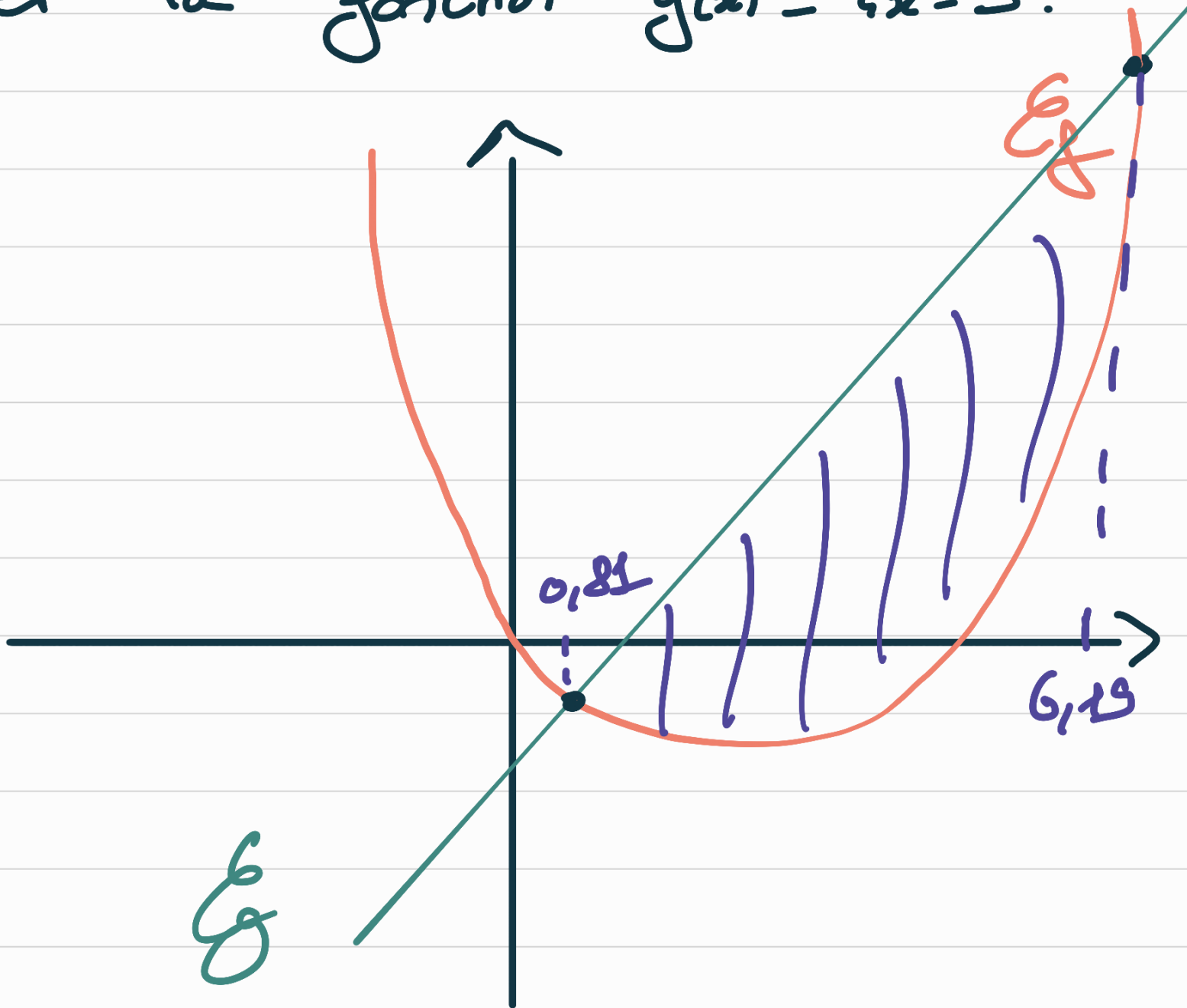


$$\int_a^b (g - f) dx$$

au dessus
 en dessous.

exercice :

On considère $f(x) = x^2 - 3x$
et la fonction $g(x) = 4x - 5$.



$$1) f(x) \leq g(x)$$

$$x^2 - 3x \leq 4x - 5$$

$$x^2 - 3x - 4x + 5 \leq 0$$

$$x^2 - 7x + 5 \leq 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$= 49 - 4 \times 1 \times 5$$

$$= 29 > 0$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{7 - \sqrt{29}}{2} \approx 0,81$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{7 + \sqrt{29}}{2} \approx 6,19$$

x	$-\infty$	$0,81$	$6,19$	$+\infty$
signe $x^2 - 7x + 5$	+	-	+	

donc $f(x) \leq g(x)$ sur $[0,81; 6,19]$

2) Déterminer l'aire entre f et g .

$$\int_{0,81}^{6,19} g(x) - f(x) dx$$