

Primitives

Exercice 1 On considère la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = (3x^2 + 5)e^{2x}$.

1. De quelle fonction f , F est-elle une primitive?

2. Donner F_1 une autre primitive de f .

3. Donner l'expression de F_2 , la primitive de f qui vérifie $F_2(0) = 2$.

$$F' = f.$$

$$\begin{aligned} 1) \quad f(x) &= F'(x) \\ &= e^{2x}(6x^2 + 6x + 10) \end{aligned}$$

donc F est une primitive de f .

$$2) \quad F_1(x) = e^{2x}(6x^2 + 6x + 10) + 2.$$

$$3) \quad F_2(x) = (3x^2 + 5)e^{2x} + \underline{\underline{C}}$$

$$F_2(0) = 5 + C$$

$$F_2(c) = 2$$

$$\Leftrightarrow S + C = 2$$

$$\Leftrightarrow C = -3.$$

donc la primitive est

$$F_2(x) = (3x^2 + 5)e^{2x} - 3.$$

Exercice 2

1. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 15$.

- Donner la forme générale des primitives de f .
- En déduire l'expression de F , la primitive de f qui vérifie $F(3) = 12$.

2. On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 12x - 3$.

- Donner la forme générale des primitives de g .
- En déduire l'expression de G , la primitive de g qui vérifie $G(0) = 3$.

Exercice 3 Dans chacun des cas suivants, déterminer $F(x)$ l'expression d'une primitive de f (de préférence la plus simple possible).

- $f(x) = 3x^2 + 6x - 7$ L1
- $f(x) = 2x^3$ L1
- $f(x) = 7x^5 + 2x^4 - 3x + 8$ L1
- $f(x) = \frac{x^3}{2} - \frac{5}{x^2} + 7x - 4$ L1
- $f(x) = \frac{6}{(2x+4)^2}$ L2
- $f(x) = \frac{x+4}{(x^2+8x-1)^2}$ L2
- $f(x) = \frac{3}{\sqrt{x}}$ L1
- $f(x) = (-6x+3)e^{x^2-x+5}$ L2
- $f(x) = \frac{3x^2+1}{\sqrt{x^3+x}}$ L2

Exercice 4 Déterminer la primitive F de :

- $f : x \mapsto e^{2x+4}$ qui vérifie $F(3) = 5$. L2
- $f : x \mapsto (4x^3 - 10x)(-x^4 + 5x^2 + 10)^3$ qui s'annule en 2. L2

$$\hookrightarrow F(x) = -\frac{(-x^4 + 5x^2 + 10)^4}{4}$$

$$F(x) =$$

$$\frac{u'}{u^n} \rightarrow -\frac{1}{n-1} \times \frac{1}{u^{n-1}}$$

$$5) u(x) = 2x+4 \Rightarrow u'(x) = 2$$

$$F(x) = 6x \left(\frac{1}{2} \right)^x - \frac{1}{2-1} \times \frac{1}{(2x+4)^{2-1}}$$

$$= \frac{-3}{2x+4} - \frac{5x-2}{(2x+4)^2}$$

$$\frac{1}{x^n} \rightarrow -\frac{1}{n-1} \times \frac{1}{x^{n-1}}$$

$$\frac{u'}{u^n} \rightarrow -\frac{1}{n-1} \times \frac{1}{u^{n-1}}$$

$$\frac{u'}{\sqrt{u}} \rightarrow 2\sqrt{u}$$

$$y' = ay + b$$

$$\hookrightarrow y(x) = ke^{ax} - \frac{b}{a}$$