

Géométrie

① Montrer que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

↳ $\vec{u}(x, y, z)$ et $\vec{v}(x', y', z')$

$$\frac{x}{x'} = \frac{y}{y'} = \frac{z}{z'}$$

② Montrer que des points A, B, C et D sont coplanaires.

↳ Les quatre points appartiennent au même plan.

↳ $\vec{AB} = k \vec{AC} + l \vec{AD}$.

③ Trouver l'équation paramétrique d'une droite.

↳ $\vec{u}(x_u; y_u; z_u)$ directeur

• $A(x_A; y_A; z_A)$ point

$$\begin{cases} x = x_A + x_u t \\ y = y_A + y_u t, \quad \underline{\underline{t \in \mathbb{R}}} \\ z = z_A + z_u t \end{cases}$$

④ Montrer que deux droites sont parallèles.

↳ $\vec{u}$ directeur de (d_1)
 $\vec{v}$ directeur de (d_2) .

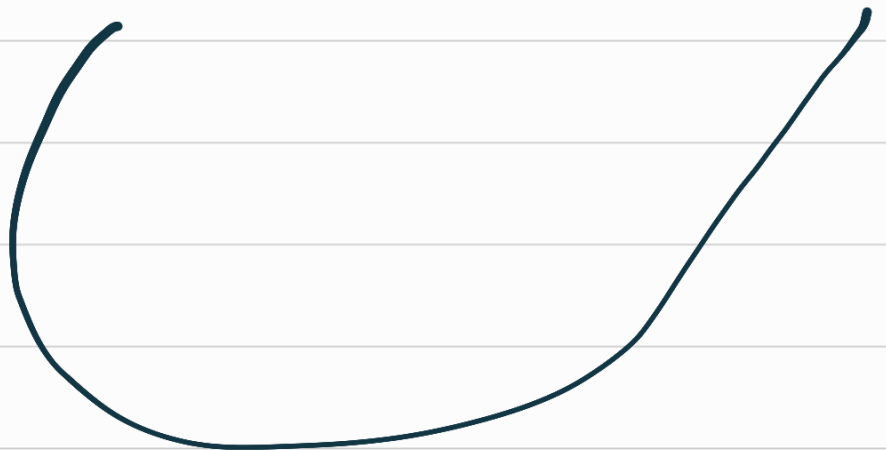
$\Rightarrow \vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

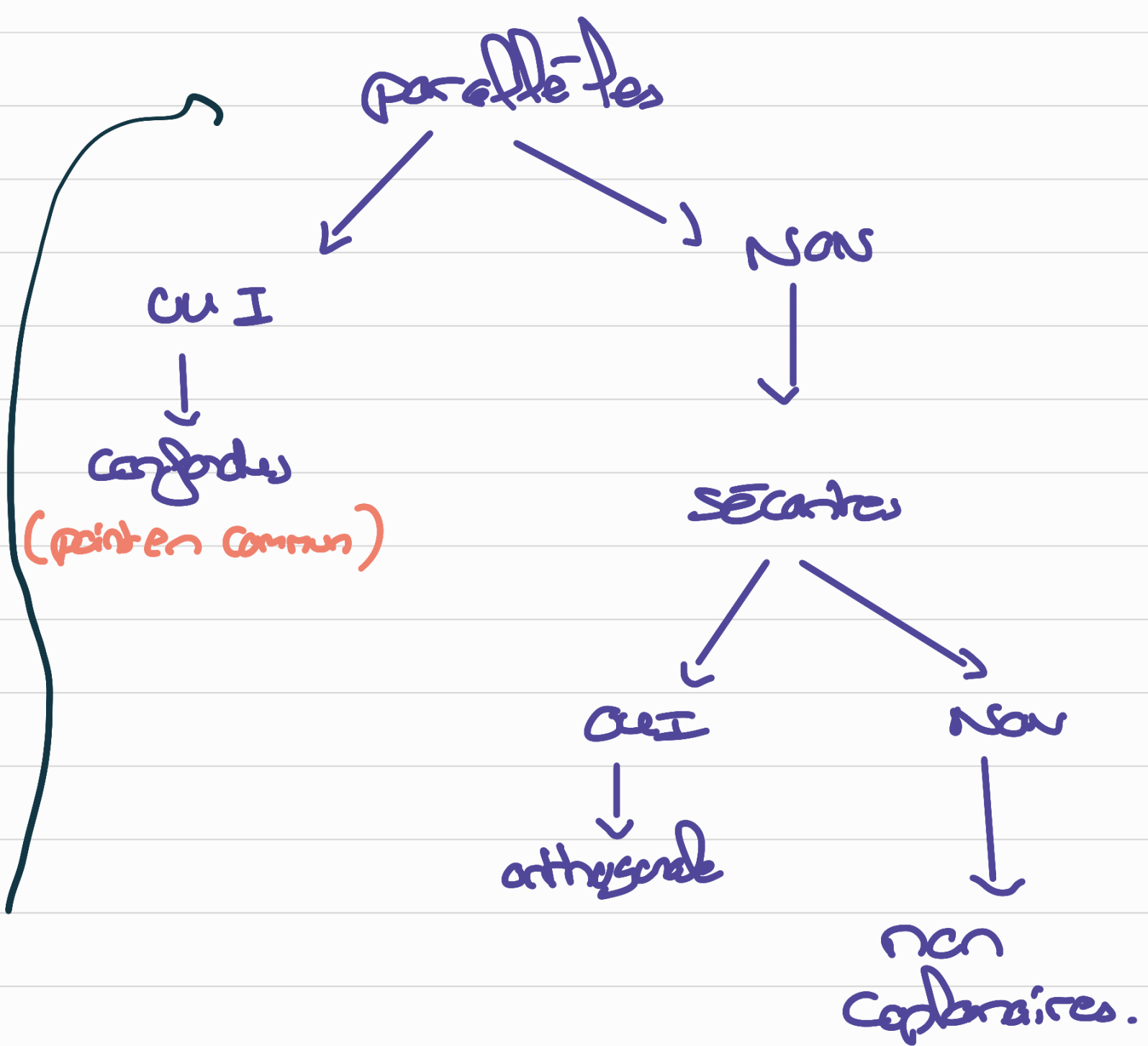
⑤ Montrer que deux droites sont perpendiculaires / orthogonales.

{
• $\vec{u}$ directeur de (d_1)
• $\vec{v}$ directeur de (d_2)

$\Rightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ cād $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux.

⑥ Position relative de deux droites.





⑦ Montrer que deux droites sont sécantes.

$\Rightarrow$ il faut égaliser les deux équations paramétriques des deux droites et résoudre un système.

$$(d_1): \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 - 2t \\ z = -1 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

$$(d_2): \begin{cases} x = 5 - 2k \\ y = 4 + 3k \\ z = -2 - 6k \end{cases}, k \in \mathbb{R}$$

$$\begin{cases} 2 + t = 5 - 2k \\ 3 - 2t = 4 + 3k \\ -1 - t = -2 - 6k \end{cases} \quad \text{à résoudre}$$

⑧ Montrer qu'un point appartient à une droite

$$L: A(x_A; y_A; z_A)$$

$$\bullet (d): \begin{cases} x = x_0 + x_u t \\ y = y_0 + y_u t \\ z = z_0 + z_u t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

- $x_A = x_P + x_u t \Rightarrow t = \dots$

- $y_A = y_P + y_u t \Rightarrow t = \dots$

- $z_A = z_P + z_u t \Rightarrow t = \dots$

Si on trouve trois fois le même t , alors le point appartient à la droite.

② Montrer qu'un vecteur est normal à un plan.

↳. $\vec{AB}, \vec{AC}$ deux non colinéaires du plan.

- $\vec{n}(x, y, z)$ à vérifier

$$\Rightarrow \begin{cases} \vec{AB} \cdot \vec{n} = 0 \\ \vec{AC} \cdot \vec{n} = 0 \end{cases}$$

10 Trouver l'équation cartésienne d'un plan.

↳ $A(x_A, y_A, z_A)$ point

$\vec{n}(a, b, c)$ normal.

$$\Rightarrow ax + by + cz + d = 0$$

$$\Rightarrow ax_A + by_A + cz_A + d = 0$$

↳ on trouve d en résolvant un mini équation.

11) Montrer que deux plans
sont parallèles.

6, $\vec{n}_1$ normal (P_1)

$\vec{n}_2$ normal (P_2)

$\Rightarrow \vec{n}_1$ et $\vec{n}_2$ sont colinéaires.

12) Montrer que deux plans
sont perpendiculaires.

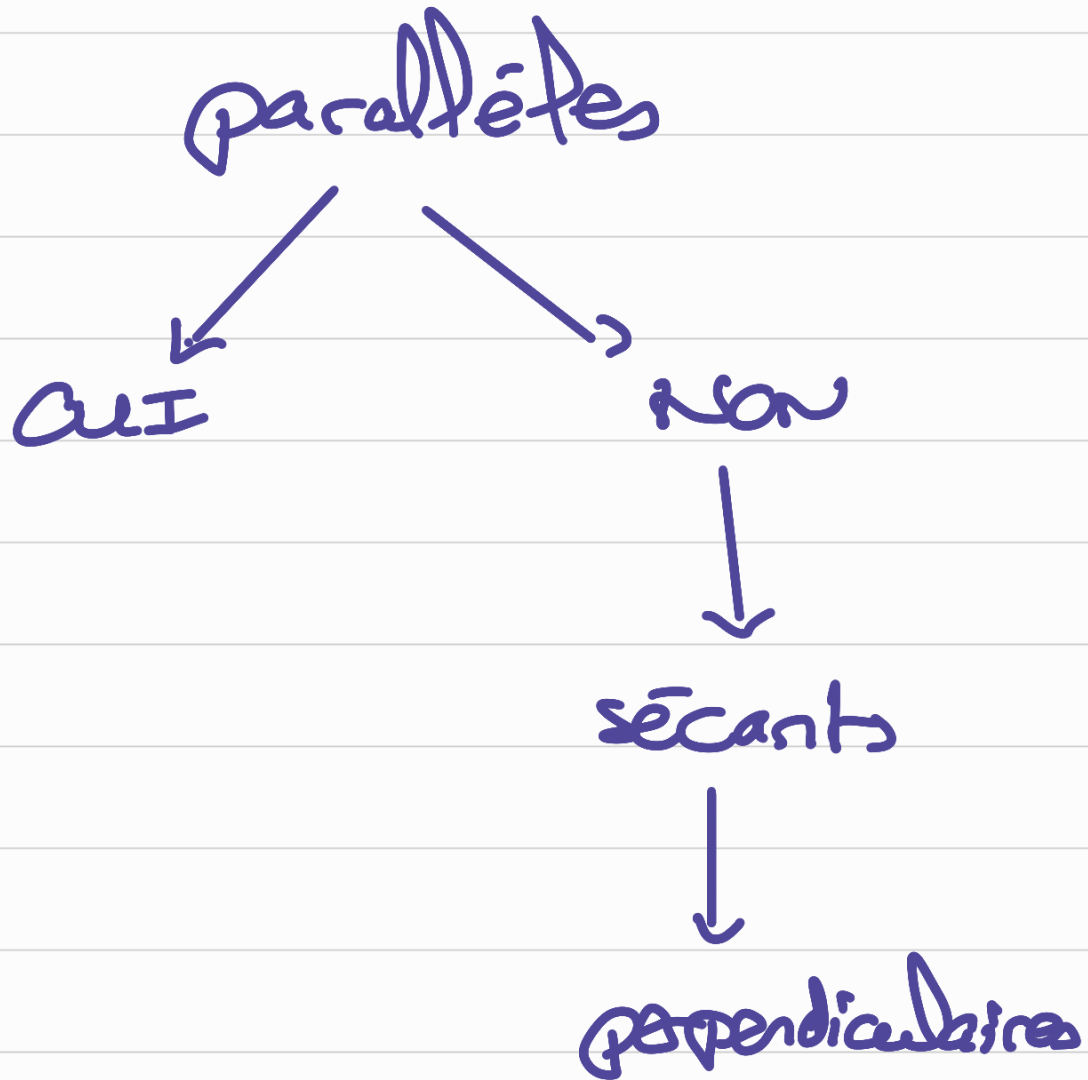
6, $\vec{n}_1$ normal (P_1)

$\vec{n}_2$ normal (P_2)

$\Rightarrow \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0.$

43

Position relative dans



14) Montrer qu'une droite et qu'un plan sont parallèles.

$\hookrightarrow \vec{u}$ directeur de la droite
 $\vec{n}$ normal du plan.

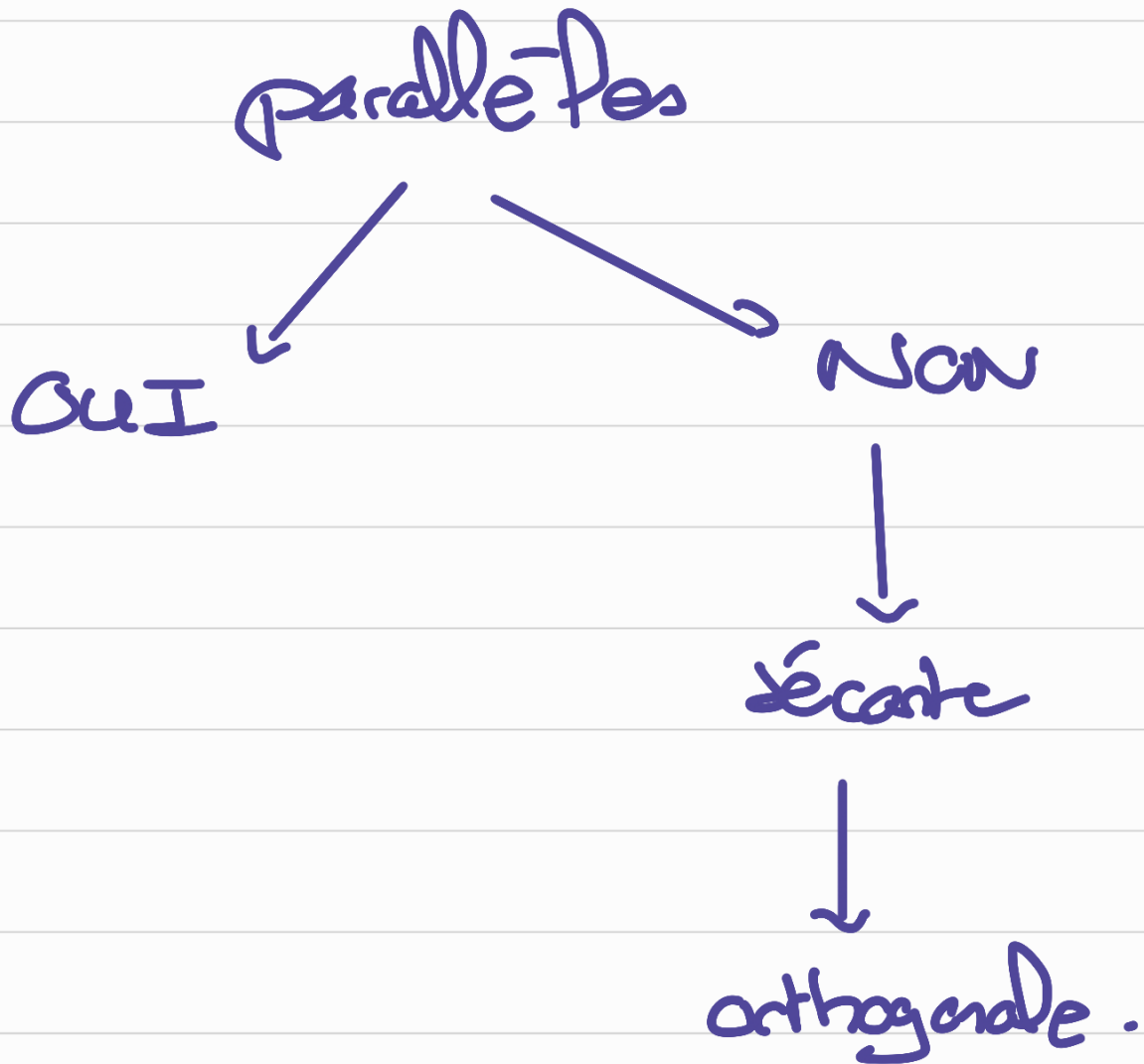
$$\Rightarrow \vec{u} \cdot \vec{n} = 0$$

15) Montrer qu'une droite est orthogonale à un plan.

$\hookrightarrow \vec{u}$ directeur de la droite
 $\vec{n}$ normal du plan.

$$\Rightarrow \vec{u} \text{ et } \vec{n} \text{ sont colinéaires.}$$

16) Position relative droite et plan.



17) Montrer qu'un point H est le projeté orthogonal d'un point A sur un plan (P)

é. $H \in (P)$

. $(AH) \perp (P)$

18) Montrer qu'un point A appartient à un plan.

{

$$A(x_A; y_A; z_A)$$

$$(\mathcal{P}): ax + by + cz + d = 0.$$

$\Rightarrow$ on remplace les coordonnées dans $ax + by + cz + d$ et on vérifie si cela donne 0.

19) Montrer qu'un point H est le projeté orthogonal d'un point A sur une droite (d)

{

$$H \in (d)$$

$$(AH) \perp (d)$$

20 Intersection plan et droite

$$(d) : \begin{cases} x = x_p + x_u t \\ y = y_p + y_u t \\ z = z_p + z_u t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

$$(P) : ax + by + cz + d = 0$$

$\Rightarrow$ on prend les x, y, z de la droite et on les injecte dans les x, y, z du plan.

$\Rightarrow$ on trouve t en résolvant l'équation

$\Rightarrow$ on remplace la valeur de t dans l'équation paramétrique pour avoir les coordonnées du point d'intersection.

21 Distance d'un point A à une droite / un plan.

$\hookrightarrow$ H projeté orthogonal de A sur la droite / plan.

$\Rightarrow$ on calcule la distance AH .

$$AH = \sqrt{(x_H - x_A)^2 + (y_H - y_A)^2 + (z_H - z_A)^2}.$$