

Exercice 2 (X points)

On se place dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$ orthogonal.

1. On considère la fonction g définie pour tout réel x par

$$g(x) = x^2 - 5x + 4.$$

On note $\mathcal{P}$ la courbe représentative de la fonction g .

a. Étudier le signe de la fonction g sur $\mathbb{R}$.

b. On considère un entier naturel n quelconque.

On note A_n le point de la courbe $\mathcal{P}$ d'abscisse n .

On note a_n le coefficient directeur de la droite $(A_n A_{n+1})$.

Justifier que pour tout entier naturel n , on a $a_n = 2n - 4$.

c. Quelle est la nature de la suite (a_n) ?

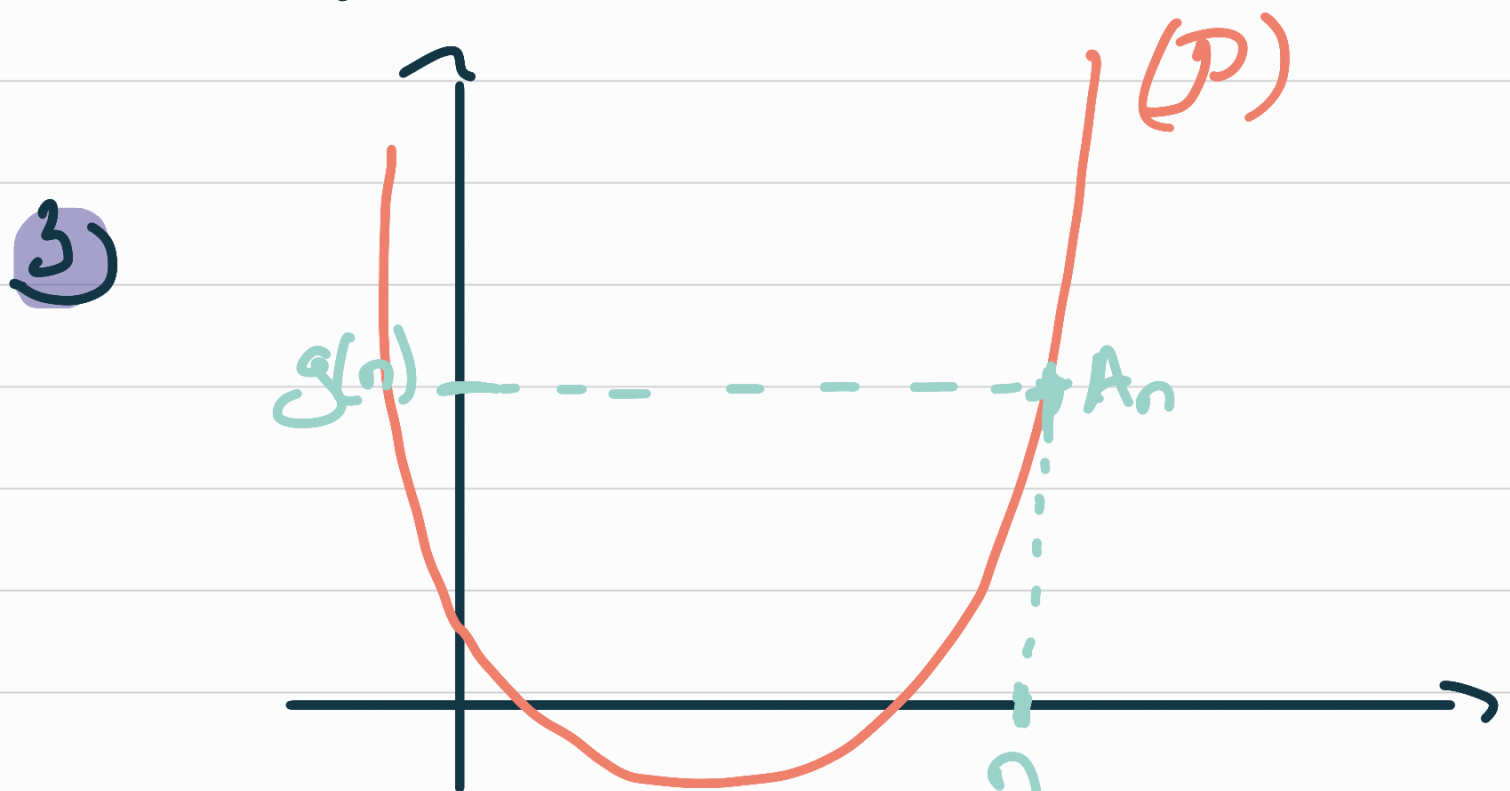
1) a) $\Delta = 9 > 0$

$$x_1 = \frac{5+3}{2} = 4$$

$$x_2 = \frac{5-3}{2} = 1$$

x	$-\infty$	1	4	$+\infty$
signe g	$+$	$\emptyset$	$-$	$+$

donc g est positive sur $\mathbb{R} \setminus]1; 4[$ et négative sur $[1; 4]$.



$$A_n(n; g(n))$$

x_{A_n} y_{A_n}

$$A_{n+1}(n+1; g(n+1))$$

$x_{A_{n+1}}$ $y_{A_{n+1}}$

on cherche le coefficient directeur de $(A_n A_{n+1})$

$$a_n = \frac{y_{A_{n+1}} - y_{A_n}}{x_{A_{n+1}} - x_{A_n}}$$

$$= \frac{g(n+1) - g(n)}{\cancel{n+1} - \cancel{n}}$$

$$= \frac{(n+1)^2 - 5(n+1) + 4 - (n^2 - 5n + 4)}{1}$$

$$= \cancel{n^2} + 2n + 1 - \cancel{5n} - 5 + \cancel{4} - \cancel{n^2} + \cancel{5n} - \cancel{4}$$

$$= 2n - 4$$

donc $a_n = 2n - 4$.

c) (a_n) est une suite arithmétique.

2. On considère la fonction f définie pour tout réel x de l'intervalle $[0,5; 8]$ par

$$f(x) = x - 5 + \frac{4}{x}.$$

On note $\mathcal{C}$ la courbe représentative de la fonction f .

- a. Vérifier que pour tout réel x , de l'intervalle $[0,5; 8]$ on a $f(x) = \frac{g(x)}{x}$.
- b. À l'aide de la question 1. a, déterminer la position de la courbe $\mathcal{C}$ par rapport à l'axe des abscisses.
- c. On admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle $[0,5; 8]$.
Montrer que tout réel x de l'intervalle $[0,5; 8]$ on a :

$$f'(x) = \frac{(x-2)(x+2)}{x^2}.$$

- d. En déduire le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0,5; 8]$.
- e. Réaliser un schéma de l'allure de la courbe $\mathcal{C}$ sur lequel apparaîtront les résultats des questions 2.b et 2.d.

2) a)
$$f(x) = \frac{x^2 - 5x + 4}{x}$$
$$= \frac{g(x)}{x}$$

ϵ_f est au dessus de
l'axe des abscisses

$$\epsilon, f(x) \geq 0 ?$$

ϵ_f est au dessous de
l'axe des abscisses

$$\epsilon, f(x) \leq 0 ?$$

5) $f(x) = \frac{g(x)}{x > 0}$

or $x \in [0,5; 8]$, donc
 f est du signe de g .

x	$-\infty$	1	4	$+\infty$
signe				
g	+	-	-	+

donc $\mathcal{C}$ est au dessus de l'axe des abscisses sur $]-\infty; 1]$ et sur $[4; +\infty[$; et $\mathcal{C}$ est au-dessous de l'axe des abscisses sur $[1; 4]$.

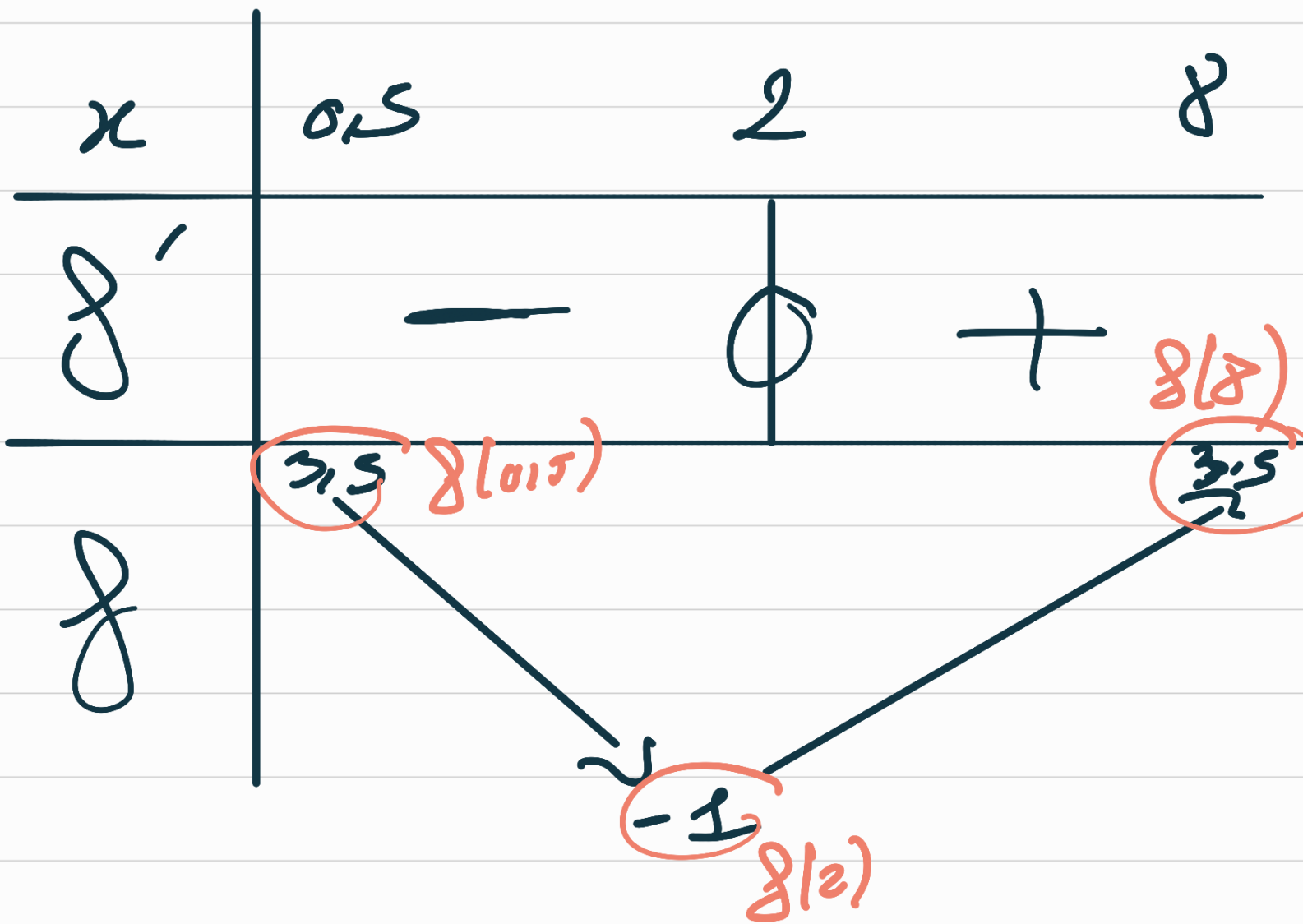
c)
$$f'(x) = 1 - \frac{4}{x^2}$$

$$= \frac{x^2 - 4}{x^2}$$

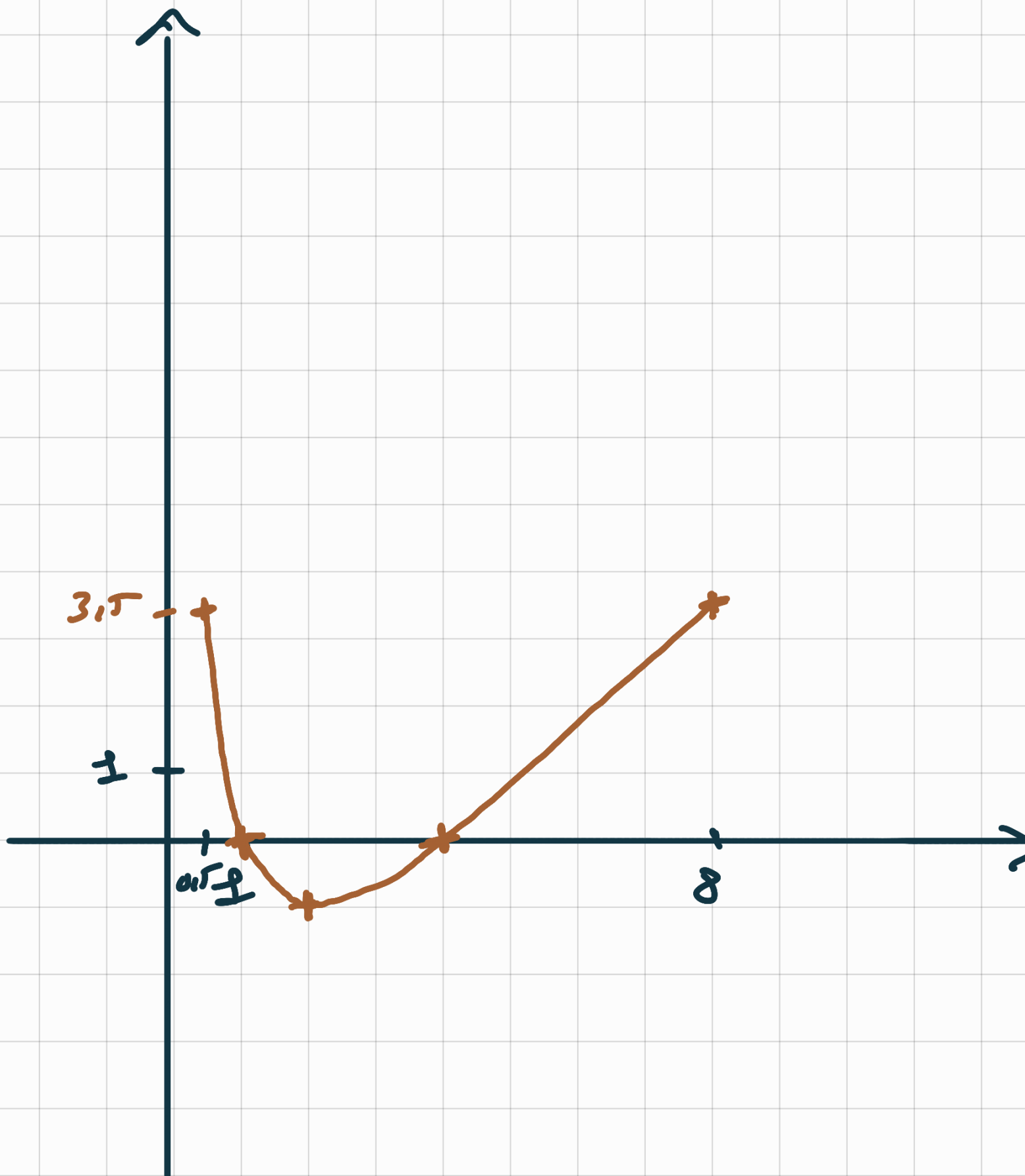
$$= \frac{(x+2)(x-2)}{x^2}$$

d) $x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$

x	0,5	2	8
$x - 2$	—	$\emptyset$	+
$x + 2$	+	:	+
x^2	+	:	+
δ'	—	$\emptyset$	+



e)



Exercice 2 (X points)

Le plan est muni d'un repère orthogonal.

Partie A

On considère la fonction P définie sur l'intervalle $[-5; 3]$ par :

$$P(x) = 2x^2 + x - 10$$

1.
 - a. Déterminer les racines de P .
 - b. En déduire l'axe de symétrie de la parabole d'équation $y = P(x)$.
2. Établir le tableau de signes de la fonction P sur l'intervalle $[-5; 3]$.

1) a) $\Delta = 81 > 0$

$$x_1 = \frac{-1 - 9}{4} = -\frac{10}{4} = -\frac{5}{2}$$

$$x_2 = \frac{-1 + 9}{4} = \frac{8}{4} = 2.$$

b) $S = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-\frac{5}{2} + 2}{2}$

$$= -\frac{1}{4} \cdot \Rightarrow -\frac{5}{24}$$

donc l'axe de symétrie
est la droite d'équation $x = -\frac{1}{4}$

2)

x	-5	$-5/2$	2	1
signe P	$+$	$\emptyset$	$- \emptyset$	$+$