

Exercice 2 –

Au basket-ball, il existe deux types de tir :

- Les tirs à deux points.
Ils sont réalisés près du panier et rapportent deux points s'ils sont réussis.
- Les tirs à trois points.
Ils sont réalisés loin du panier et rapportent trois points s'ils sont réussis.

Stéphanie s'entraîne au tir. On dispose des données suivantes :

- Un quart de ses tirs sont des tirs à deux points. Parmi eux, 60 % sont réussis.
- Trois quarts de ses tirs sont des tirs à trois points. Parmi eux, 35 % sont réussis.

1) Stéphanie réalise un tir.

On considère les événements suivants :

D : « il s'agit d'un tir à deux points ».

R : « le tir est réussi ».

- Représenter la situation à l'aide d'un arbre de probabilités.
- Calculer la probabilité $P(\bar{D} \cap R)$.
- Démontrer que la probabilité que Stéphanie réussisse un tir est égale à 0,4125.
- Stéphanie réussit un tir. Calculer la probabilité qu'il s'agisse d'un tir à trois points.
Arrondir au centième.

2) Stéphanie réalise à présent une série de 10 tirs à trois points.

On note X la variable aléatoire qui compte le nombre de tirs réussis parmi les dix tirs.

On considère que les tirs sont indépendants. On rappelle que la probabilité que Stéphanie réussisse un tir à trois points est égale à 0,35.

- Justifier que X suit une loi binomiale. Préciser ses paramètres.
- Calculer la probabilité que Stéphanie réussisse exactement 3 tirs. On détaillera le calcul.
- Déterminer la probabilité que Stéphanie rate 4 tirs ou plus. Arrondir le résultat au centième.
- Déterminer la probabilité que Stéphanie rate au plus 4 tirs. Arrondir le résultat au centième.

3) Soit n un entier naturel non nul.

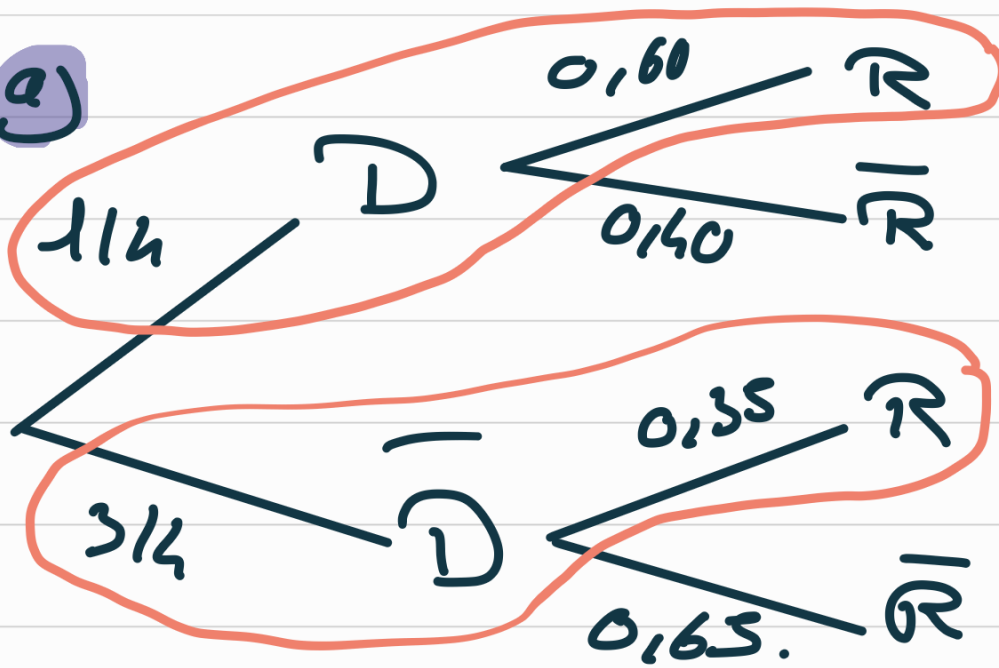
Stéphanie souhaite réaliser une série de n tirs à trois points.

On considère que les tirs sont indépendants. On rappelle que la probabilité que Stéphanie réussisse un tir à trois points est égale à 0,35.

- Exprimer en fonction de n , la probabilité que Stéphanie réussisse au moins un tir parmi ses n tirs.
- ~~À l'aide de la calculatrice~~, déterminer la valeur minimale de n pour que la probabilité que

Stéphanie réussisse au moins un tir parmi les n tirs soit supérieure ou égale à 0,99.

1) a)



b)
$$P(\bar{D} \cap R) = P(\bar{D}) \times P_0(R)$$
$$= \frac{3}{4} \times 0.35$$
$$= 0.2625.$$

c) D'après la formule des probabilités totales:

$$P(R) = P(D \cap R) + P(\bar{D} \cap R)$$
$$= \frac{1}{4} \times 0.60 + 0.2625$$

$$= 0,4125.$$

$$d) \mathbb{P}_R(\bar{D}) = \frac{\mathbb{P}(\bar{D} \cap R)}{\mathbb{P}(R)}$$

$$= \frac{0,2625}{0,4125}$$

$$\approx 0,64.$$

donc la proba de - - -

2) a) On répète la fois la même expérience de manière identique et indépendante, dont la probabilité du succès est égale à 0,35.

donc $X \hookrightarrow \mathcal{B}(10; 0,35)$.

$$\text{c) } \mathbb{P}(X=3) = \binom{10}{3} 0,35^3 (1-0,35)^{10-3} \\ \approx 0,25$$

donc la probabilité ...

$$\text{e) } \mathbb{P}(X \leq 6) \approx 0,97$$

donc la probabilité ...

$$\text{d) } \mathbb{P}(X > 6) = 1 - \mathbb{P}(X \leq 6) \\ \approx 1 - 0,97 \\ \approx 0,03.$$

donc ...

$$3) a) P(X \geq 1)$$

$$= 1 - P(X = 0)$$

$$= 1 - (1 - 0,35)^n$$

$$P(X = 0) = (1 - p)^n$$

$$= 1 - 0,65^n$$

$$b) P(X \geq 1) > 0,99$$

$$\Leftrightarrow 1 - 0,65^n > 0,99$$

$$\Leftrightarrow -0,65^n > 0,99 - 1$$

$$\Leftrightarrow -0,65^n > -0,01$$

$$\Leftrightarrow 0,65^n \leq 0,01$$

$$\Leftrightarrow n \ln(\overset{<1}{0,65}) \leq \ln(0,01)$$

$$\Leftrightarrow n \geq \frac{\ln(0,01)}{\ln(0,65)} \approx 10,6902$$

done il faut un minimum
11 tir.

EXERCICE 2 (corrigé : voir Bac Asie 11 juin 2024)

Léa passe une bonne partie de ses journées à jouer à un jeu vidéo et s'intéresse aux chances de victoire de ses prochaines parties.

Elle estime que si elle vient de gagner une partie, elle gagne la suivante dans 70 % des cas.

Mais si elle vient de subir une défaite, d'après elle, la probabilité qu'elle gagne la suivante est de 0,2.

De plus, elle pense avoir autant de chance de gagner la première partie que de la perdre.

On s'appuiera sur les affirmations de Léa pour répondre aux questions de cet exercice.

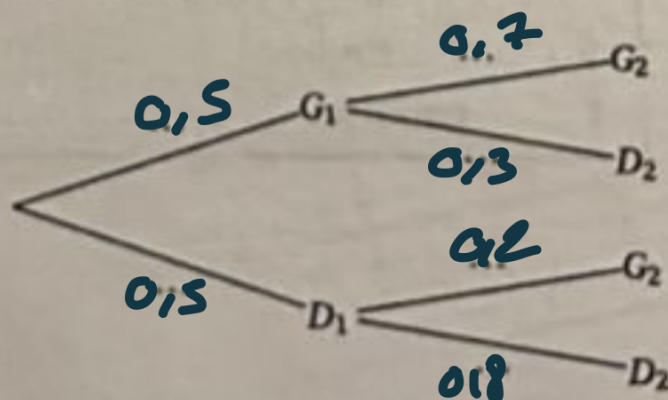
Pour tout entier naturel n non nul, on définit les événements suivants :

- G_n : « Léa gagne la n -ième partie de la journée »;
- D_n : « Léa perd la n -ième partie de la journée ».

Pour tout entier naturel n non nul, on note g_n la probabilité de l'évènement G_n .

On a donc $g_1 = 0,5$.

1. Quelle est la valeur de la probabilité conditionnelle $p_{G_1}(D_2)$?
2. Recopier et compléter l'arbre des probabilités ci-dessous qui modélise la situation pour les deux premières parties de la journée :



$$g_2 = P(G_2)$$

1) $P_{G_1}(D_2) = 0,30$

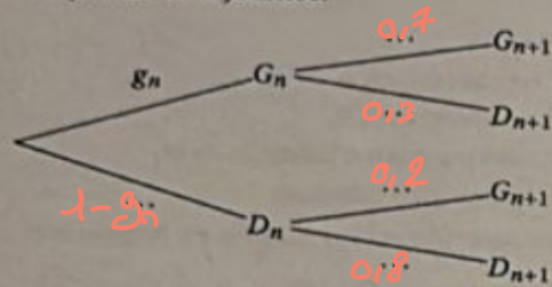
3) D'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(G_2) &= P(G_1 \cap G_2) + P(D_1 \cap G_2) \\ &= 0,5 \times 0,7 + 0,5 \times 0,2 \\ &= 0,45. \text{ Donc } g_2 = 0,45 \end{aligned}$$

3. Calculer g_2 .

4. Soit n un entier naturel non nul.

a. Recopier et compléter l'arbre des probabilités ci-dessous qui modélise la situation pour les n -ième et $(n+1)$ -ième parties de la journée.



b. Justifier que pour tout entier naturel n non nul,

$$g_{n+1} = 0,5g_n + 0,2.$$

5. Pour tout entier naturel n non nul, on pose $v_n = g_n - 0,4$.

a. Montrer que la suite (v_n) est géométrique.

On précisera son premier terme et sa raison.

b. Montrer que, pour tout entier naturel n non nul :

$$g_n = 0,1 \times 0,5^{n-1} + 0,4.$$

6. Étudier les variations de la suite (g_n) .

7. Donner, en justifiant, la limite de la suite (g_n) .

Interpréter le résultat dans le contexte de l'énoncé.

(question 8 supprimée car pas encore travaillée)

9. Recopier et compléter les lignes 4, 5 et 6 de la fonction suivante, écrite en langage Python, afin qu'elle renvoie le plus petit rang à partir duquel les termes de la suite (g_n) sont tous inférieurs ou égaux à $0,4 + e$, où e est un nombre réel strictement positif.

```
1 def seuil(e) :  
2     g = 0.5  
3     n = 1  
4     while ... :  
5         g = 0.5 * g + 0.2  
6         n = ...  
7     return (n)
```

4) D'après la formule des probabilités totales:

$$\begin{aligned} g_{n+1} &= P(G_{n+1}) \\ &= P(G_n \cap G_{n+1}) + P(\bar{G}_n \cap G_{n+1}) \\ &= g_n \times 0,7 + (1 - g_n) \times 0,2 \end{aligned}$$

$$= 0,7g_n + 0,2 - 0,2g_n$$

$$= 0,5g_n + 0,2$$

donc $g_{n+1} = 0,5g_n + 0,2$

$$5) a) v_{n+1} = g_{n+1} - 0,4$$

$$= 0,5g_n + 0,2 - 0,4$$

$$= 0,5g_n - 0,2$$

$$= 0,5 \left(g_n - \frac{0,2}{0,5} \right)$$

$$= 0,5 \left(g_n - 0,4 \right)$$

$$= 0,5 v_n$$

donc (v_n) est géométrique de raison 0,5 et de premier terme $v_1 = g_1 - 0,4 = 0,5 - 0,4 = 0,1$.

b) (v_n) est géométrique de raison 0,5 et de premier terme $v_1 = 0,1$.

donc $v_n = v_1 \times q^{n-1} = 0,1 \times (0,5)^{n-1}$

$v_n = g_n - 0,4$

$\Leftrightarrow g_n = v_n + 0,4$

donc $g_n = 0,1 \times 0,5^{n-1} + 0,4$

f) $g_n = 0,1 \times 0,5^{n-1} + 0,4$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = \begin{cases} +\infty & q > 1 \\ 0 & -1 < q < 1 \\ 1 & q = 1 \end{cases}$$

• $\lim_{n \rightarrow +\infty} 0,5^{n-1} = 0$, car $-1 < 0,5 < 1$

donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} g_n = 0,1 \times 0 + 0,4 = 0,4$