

Suites

Exercice 1

Calculer les 4 premiers termes des suites définies de la façon suivante :

1. Pour tout entier naturel $n \geq 0$, $u_n = n^2 + 2n$
2. Pour tout entier naturel $n \geq 0$, $v_n = 100 \times 1,02^n$
3. $w_0 = 2$ et pour tout entier naturel $n \geq 0$, $w_{n+1} = 3w_n - 4$
4. $x_0 = 3$ et pour tout entier naturel $n \geq 0$, $x_{n+1} = -x_n^2 + x_n + 1$

$$3) w_0 = 2$$

$$w_1 = 3w_0 - 4 = 3 \times 2 - 4 = 2$$

$$w_2 = 3w_1 - 4 = 3 \times 2 - 4 = 2$$

$$w_3 = 3w_2 - 4 = 3 \times 2 - 4 = 2.$$

Exercice 3 *

Déterminer le sens de variation de chacune des suites (u_n) définies ci-dessous :

1. Pour tout entier naturel n , $u_n = 0,2n^2 + n - 3$
2. Pour tout entier naturel n , $u_n = \frac{3}{n+1}$
3. Pour tout entier naturel n , $u_n = \frac{n}{n+1}$
4. $u_0 = 0$ et pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = u_n - 2n - 5$
5. $u_0 = -5$ et pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = u_n + n^2$

$$\begin{aligned} 1). \quad & u_{n+1} - u_n \\ &= (0,2(n+1)^2 + (n+1) - 3) - (0,2n^2 + n - 3) \\ &= (0,2(n^2 + 2n + 1) + n + 1 - 3) - (0,2n^2 + n - 3) \\ &= \cancel{0,2n^2} + 0,4n + 0,2 + \cancel{n+1} - \cancel{3} - \cancel{0,2n^2} - \cancel{n} + \cancel{3} \\ &= 0,4n + 1,2 > 0 \end{aligned}$$

donc (u_n) est croissante.

méthode : $u_n = 0,2n^2 + 2n - 3$

$u_n = f(n)$, avec $f(x) = 0,2x^2 + 2x - 3$
pour $x \geq 0$

$$\begin{aligned} f'(x) &= 0,2 \times 2x + 2 \\ &= 0,4x + 2 \end{aligned}$$

x	$-\infty$	$\frac{-2}{0,4} = -5$	0	$+\infty$
f'	-	0	+	

donc f est croissante sur $[0; +\infty[$
et donc (u_n) est croissante

EXERCICE 1

Monotonie d'une suite

(2 points)

Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $u_n = 2n^2 - n$

- 1) Montrer que $u_{n+1} - u_n = 4n + 1$.
- 2) Que peut-on dire de la monotonie de la suite (u_n) sur $\mathbb{N}$? Justifier.

$$\begin{aligned} 1) u_{n+1} - u_n &= (2(n+1)^2 - (n+1)) - (2n^2 - n) \\ &= (2(n^2 + 2n + 1) - n - 1) - (2n^2 - n) \\ &= (2n^2 + 4n + 2 - n - 1) - (2n^2 - n) \\ &= 4n + 1 > 0 \end{aligned}$$

donc (u_n) est croissante.

exercice :

$$u_n = n^2 + 2n - 1.$$

$$\bullet u_{n+1} - u_n = 2n + 3 > 0$$

donc (u_n) est croissante.

Exercice 3 *

Déterminer le sens de variation de chacune des suites (u_n) définies ci-dessous :

1. Pour tout entier naturel n , $u_n = 0,2n^2 + n - 3$
2. Pour tout entier naturel n , $u_n = \frac{3}{n+1}$
3. Pour tout entier naturel n , $u_n = \frac{n}{n+1}$
4. $u_0 = 0$ et pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = u_n - 2n - 5$
5. $u_0 = -5$ et pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = u_n + n^2$

2)
$$u_{n+1} - u_n = \frac{3}{(n+1)+1} - \frac{3}{n+1}$$
$$= \frac{3}{n+2} - \frac{3}{n+1}$$
$$= \frac{3(n+1) - 3(n+2)}{(n+2)(n+1)}$$
$$= \frac{3n + 3 - 3n - 6}{(n+2)(n+1)}$$
$$= \frac{-3}{(n+2)(n+1)} < 0$$

donc (u_n) décroissante > 0

$$3) u_{n+1} - u_n$$

$$= \frac{n+1}{n+2} - \frac{n}{n+1}$$

$$= \frac{1}{(n+2)(n+1)} > 0$$

donc (u_n) est croissante.

Exercice 3 *

Déterminer le sens de variation de chacune des suites (u_n) définies ci-dessous :

1. Pour tout entier naturel n , $u_n = 0,2n^2 + n - 3$
2. Pour tout entier naturel n , $u_n = \frac{3}{n+1}$
3. Pour tout entier naturel n , $u_n = \frac{n}{n+1}$
4. $u_0 = 0$ et pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = u_n - 2n - 5$
5. $u_0 = -5$ et pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = u_n + n^2$

4) $u_{n+1} - u_n = \cancel{u_n} - 2n - 5 - \cancel{u_n}$

$$= -2n - 5 < 0$$

donc (u_n) décroissante.

EXERCICE 1

Monotonie d'une suite

(2 points)

Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $u_n = \frac{n-3}{2n+1}$

1) Montrer que $u_{n+1} - u_n = \frac{7}{(2n+3)(2n+1)}$.

2) Que peut-on dire de la monotonie de la suite (u_n) sur $\mathbb{N}$? Justifier.

1) $u_{n+1} - u_n$

$$= \frac{n-2}{2n+3} - \frac{n-3}{2n+1}$$

$$= \frac{(n-2)(2n+1) - (2n+3)(n-3)}{(2n+3)(2n+1)}$$

$$= \frac{(2n^2 + n - 4n - 2) - (2n^2 - 6n + 3n - 9)}{(2n+3)(2n+1)}$$

$$= \frac{\cancel{2n^2} + n - 4n - 2 - \cancel{2n^2} + 6n - 3n + 9}{(2n+3)(2n+1)}$$

$$= \frac{7}{(2n+3)(2n+1)} > 0$$

donc (u_n) croissante.