

Primitives

- F est une primitive de f
si $F' = f$.

exercice 6:

$$f(x) = x \ln(x) - x$$

$$\hookrightarrow f'(x) = 1 \times \ln(x) + \cancel{x} \times \frac{1}{\cancel{x}} - 1$$

$$= \ln(x) + 1 - 1$$

$$= \ln(x)$$

donc de $\ln$, f est une primitive

exercice 7 :

$$F(x) = \underbrace{(2x+1)}_{u \rightarrow u' = 2} \underbrace{e^{x^2-1}}_{v = e^u \rightarrow v' = 2x e^{x^2-1}}$$

$$\hookrightarrow F'(x) = 2e^{x^2-1} + (2x+1) \times 2x e^{x^2-1}$$

$$= e^{x^2-1} (2 + (2x+1) \times 2x)$$

$$= e^{x^2-1} (4x^2 + 2x + 2)$$

$$= f(x)$$

donc F est une primitive
de f .

exercice 10:

$$F(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

$$\hookrightarrow F'(x) = \frac{0 \times (1+x^2) - 1 \times 2x}{(1+x^2)^2}$$

$$= \frac{-2x}{(1+x^2)^2} = f(x)$$

donc F est une primitive
de f .

• il y a une infinité de
primitive pour une même
fonction f .

$$\bullet \quad F_0(1) = 3$$

$$\hookrightarrow F_0(x) = \frac{1}{1+x^2} + C$$

$$F_0(1) = \frac{1}{1+1^2} + C = \frac{1}{2} + C$$

$$\hookrightarrow \frac{1}{2} + C = 3$$

$$C = 3 - \frac{1}{2}$$

$$C = \frac{5}{2}$$

donc f' unique primitive F_0 telle que $F_0(1) = 3$ est :

$$F_0(x) = \frac{1}{1+x^2} + \frac{5}{2}.$$

exercice 11:

$$\ln(u) = \frac{u'}{u}$$

$$F(x) = \ln(1+e^x)$$

$$F'(x) = \frac{e^x}{1+e^x} = f(x)$$

donc F est une primitive de f .

$$F_0(x) = \ln(1+e^x) + C$$

$$F_0(0) = 0$$

$$\ln(1+e^0) + C = 0$$

$$\ln(2) + C = 0$$

$$C = -\ln(2)$$

donc l'unique primitive F_0
telle que $F_0(0) = 0$:

$$F_0(x) = \ln(1 + e^x) - \ln(2).$$