

GCM

$$1). f(p) = p \Leftrightarrow \frac{1}{2}p + p^2 = p$$

$$\Leftrightarrow p^2 - \frac{1}{2}p = 0$$

$$\Leftrightarrow p(p - \frac{1}{2}) = 0$$

$$\Leftrightarrow p = 0 \text{ ou } p = \frac{1}{2}$$

donc

$\exists$ faux.

$$\bullet u_{n+1} = f(u_n)$$

si f est croissante, alors
la monotonie de la suite est
donnée par le signe de $u_0 - u_1$.

$$f(x) = \frac{1}{2}x + x^2$$

$$\hookrightarrow f'(x) = \frac{1}{2} + 2x$$

si $u_0 > 0$, alors f est croissante et donc (u_n) sera monotone.

donc $\boxed{\text{D vraie}}$

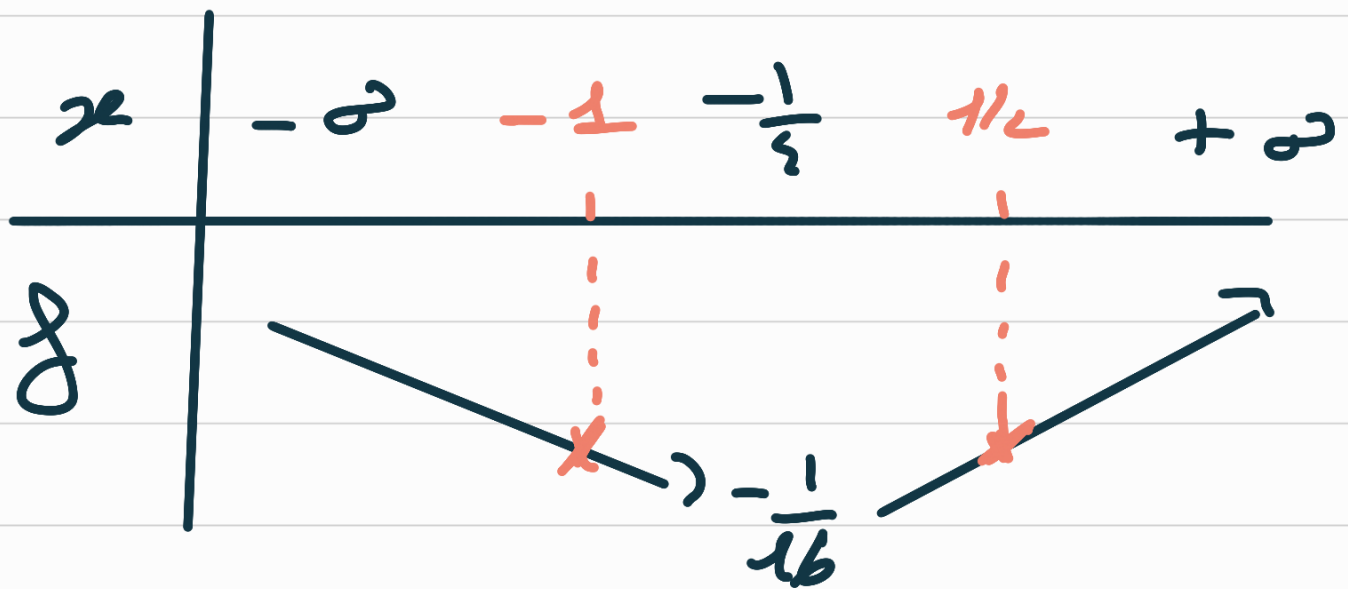
$$\bullet f'(x) > 0 \Leftrightarrow x > -\frac{1}{4}$$

$$\text{si } u_0 \in \left[-1; \frac{1}{2}\right],$$



donc $\boxed{\text{D faux}}$

$$f'(x) = 2x + \frac{1}{2} \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -\frac{1}{4}$$



donc $f(x) \geq -\frac{1}{16}$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

et (U_n) aussi.

Donc C est vraie

A vraie

$$2) \quad f(x) \sim_{+\infty} \frac{ax}{\sqrt{cx^2}} = \frac{ax}{\sqrt{c}|x|} \\ = \frac{a}{\sqrt{c}}$$

donc 1) fausse

$$cx^2 + d = 0 \Leftrightarrow x^2 = -\frac{d}{c}$$

donc C vraie

$$\bullet \quad f(x) = x$$

$$\frac{ax + b}{\sqrt{cx^2 + d}} = x$$

$$ax + b = x \sqrt{cx^2 + d}$$

$$(ax + b)^2 = x^2 (cx^2 + d)$$

$$ax^2 + 2abx + b^2 = cx^4 + x^2d$$

↳ donc E fausse

$$\bullet \quad f'(x) = \frac{a \sqrt{cx^2 + d} - (cx + b)x \frac{2cx}{2x}}{(cx^2 + d)}$$

$$= \frac{a(cx^2 + d) - cx(cx + b)}{(cx^2 + d)^{3/2}}$$

$$= \frac{\cancel{acx^2} + ad - \cancel{acx^2} - cbx}{(cx^2 + d)^{3/2}}$$

$$= \frac{ad - cbx}{(cx^2 + d)^{3/2}} = 0$$

$$\hookrightarrow x = \frac{ad}{cb}, b \neq 0$$

donc

A fausse

et

B fausse.

$$f''(x) = \dots$$

3) A vraie

B vraie

C faux.

D vraie

E faux.

4) A faux

$$u_{n+2} = 2u_{n+1} + 3u_n$$

$$\hookrightarrow r^2 - 2r - 3 = 0$$

$$\Delta = 16 > 0$$

$$x_1 = -1 \text{ et } x_2 = 3$$

donc $u_n = A 3^n + B (-1)^n$

$$\begin{aligned} u_0 = A + B &= 1 \\ u_1 = 3A - B &= 1 \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} B = 1 \\ A = \frac{1}{2} \end{cases}$$

donc B vraie

$$\begin{cases} A + B = 1 \\ 3A - B = -9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} B = 1 - A = 3 \\ A = -2 \end{cases}$$

donc C vraie

D vraie

E fausse

5) A fausse

B vraie

C fausse

D fausse

E fausse

6) A fausse

B vraie

C vraie

D fausse

E vraie

- 7)
- A fausse
 - B fausse
 - C vraie
 - D fausse
 - E vraie.

$$\begin{array}{rcl}
 & \frac{6}{10} & B \\
 \frac{7}{10} & \nearrow & \\
 & \frac{3}{10} & \\
 \frac{7}{10} & \searrow & \\
 & \frac{3}{10} & \\
 \frac{7}{10} & \nearrow & \\
 & \frac{3}{10} & \\
 \frac{7}{10} & \searrow & \\
 & \frac{3}{10} &
 \end{array}$$

✓

$$\begin{aligned}
 E[X_k] &= k \times \frac{7}{10} - 2k \times \frac{3}{10} \\
 &= \frac{7k - 6k}{10} = \frac{k}{10}
 \end{aligned}$$

$$E\left[\sum_{k=1}^{10} X_k\right]$$

$$= \frac{1}{10} \sum_{k=1}^{10} k$$

$$= \frac{1}{10} \times \frac{10 \times 11}{2}$$

$$= 5,5$$