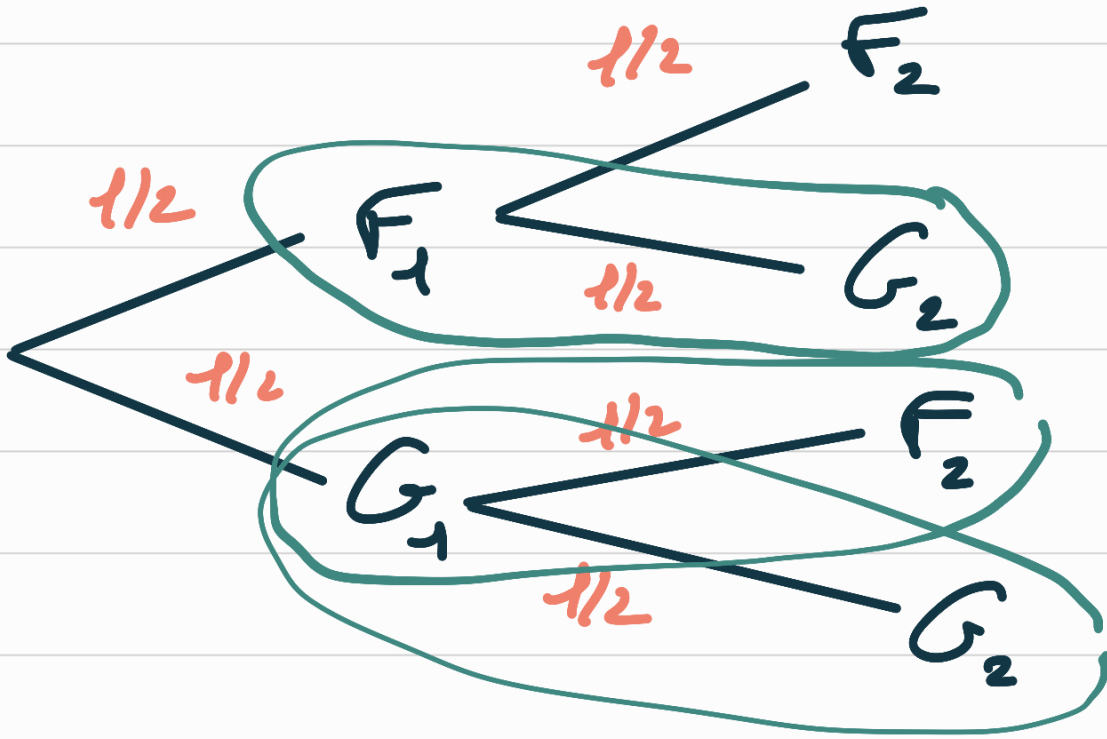


Probabilities

exercice 1:



$$\bullet P(F_2 | G_1) = \frac{1}{2}.$$

$$\bullet P(\text{"d'autre fille"} | \text{"au moins un des deux garçons"}) = \frac{2}{3}$$

exercice 2:

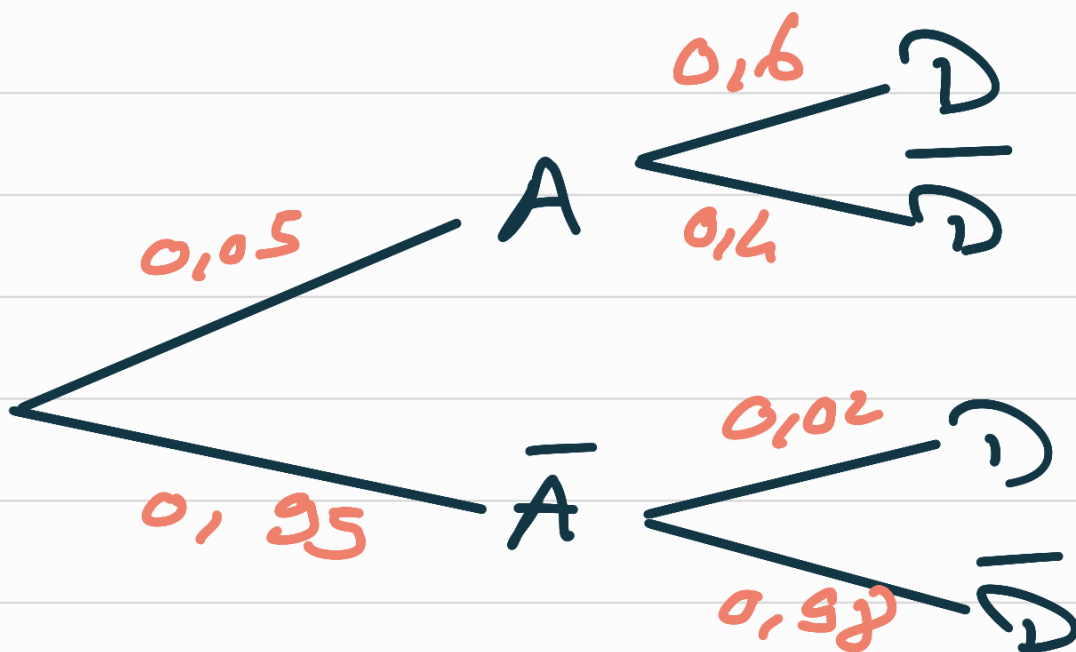
$$1) P(A) = 0,05$$

$$P(\bar{A}) = 0,95$$

$$P(D|A) = 0,6$$

$$P(D|\bar{A}) = 0,02$$

$$P(\bar{D}|A) = 0,4$$



$$P(\bar{D}|\bar{A}) = 0,98$$

• $(A, \bar{A})$ forment une partition de l'univers.

D'après la formule des probabilités totales:

$$P(D) = P(A \cap D) + P(\bar{A} \cap D)$$

$$= 0,05 \times 0,6 + 0,95 \times 0,02$$

$$= 0,03 + 0,019$$

$$= 0,049$$

$$2) P(A|D) = \frac{P(A \cap D)}{P(D)}$$

$$= \frac{0,03}{0,049} \approx 0,612$$

exercice 3:

A : "l'étudiant connaît la zone réponse"

B : "l'étudiant donne la bonne réponse".

On cherche : $P(A|B)$ $\nearrow P(A \cap B)$
 $\searrow P(B)$

$$P(A \cap B) = \underbrace{P(B|A)}_{=1} \times \underbrace{P(A)}_p$$

$$P(B) = P(B \cap A) + P(B \cap \bar{A})$$

$$= 1 \times p + \underbrace{P(B|\bar{A})}_{=1/n} \times \underbrace{P(\bar{A})}_{1-p}$$

$$= p + \frac{1-p}{n}$$

done :

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$= \frac{P}{P + \frac{1-P}{n}}$$

$$= \frac{P}{\frac{nP + 1 - P}{n}}$$

$$= \frac{nP}{P(n-1) + 1}$$

exercice 4:

. P : "dé est pipé"

. S : "on obtient un six"

On cherche : $\mathbb{P}(P|S)$.
 $\xrightarrow{\mathbb{P}(P|S)}$
 $\xrightarrow{\mathbb{P}(S)}$

$$\cdot \mathbb{P}(P|S) = \mathbb{P}(S|P) \times \mathbb{P}(P)$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{25}{100}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$$

$$\cdot \mathbb{P}(S) = \mathbb{P}(P|S) + \mathbb{P}(\bar{P}|S)$$

$$= \frac{1}{8} + \underbrace{\mathbb{P}(S|\bar{P})}_{1/6} \times \underbrace{\mathbb{P}(\bar{P})}_{1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}}$$

$$= \frac{1}{8} + \frac{1}{6} \times \frac{3}{4}$$

$$= \frac{1}{8} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{4}$$

$$= \frac{2}{8} = \frac{1}{4}.$$

∴ Hence :

$$P(P|S) = \frac{P(P \cap S)}{P(S)} = \frac{1/8}{1/4}$$

$$= \frac{1}{8} \times \frac{4}{1}$$

$$= \frac{1}{2}.$$

exercice 5:

. M : "La personne est malade".

. T : "Le test est positif".

On cherche : $P(T \cap \bar{M})$
 $\rightarrow P(T|M)$
 $\rightarrow P(\bar{M})$

$$. P(M) = \frac{1}{10\,000}$$

$$P(\bar{M}) = 1 - \frac{1}{10\,000} = \frac{9\,999}{10\,000}$$

$$\begin{aligned} . P(T \cap \bar{M}) &= P(T|\bar{M}) \times P(\bar{M}) \\ &= \frac{1}{100} \times \frac{9\,999}{10\,000} \end{aligned}$$

$$= \frac{9\,999}{1\,000\,000}$$

$$= 0,000\,9999$$

exercice 6 :



1) D'après la formule des probabilités totales :

$$P(J) = P(R \cap J) + P(\bar{R} \cap J)$$

$$0,25 = 0,5 \times 0,2 + 0,5 \times x$$

$$0,25 = 0,1 + 0,5x$$

$$0,15 = 0,5x$$

$$\frac{0,15}{0,5} = x$$

$$0,3 = x$$

$$2) P(R1J) = \frac{P(R \cap J)}{P(J)}$$

$$= \frac{0,1}{0,25} \rightarrow \frac{1}{10} \rightarrow \frac{1}{4}$$

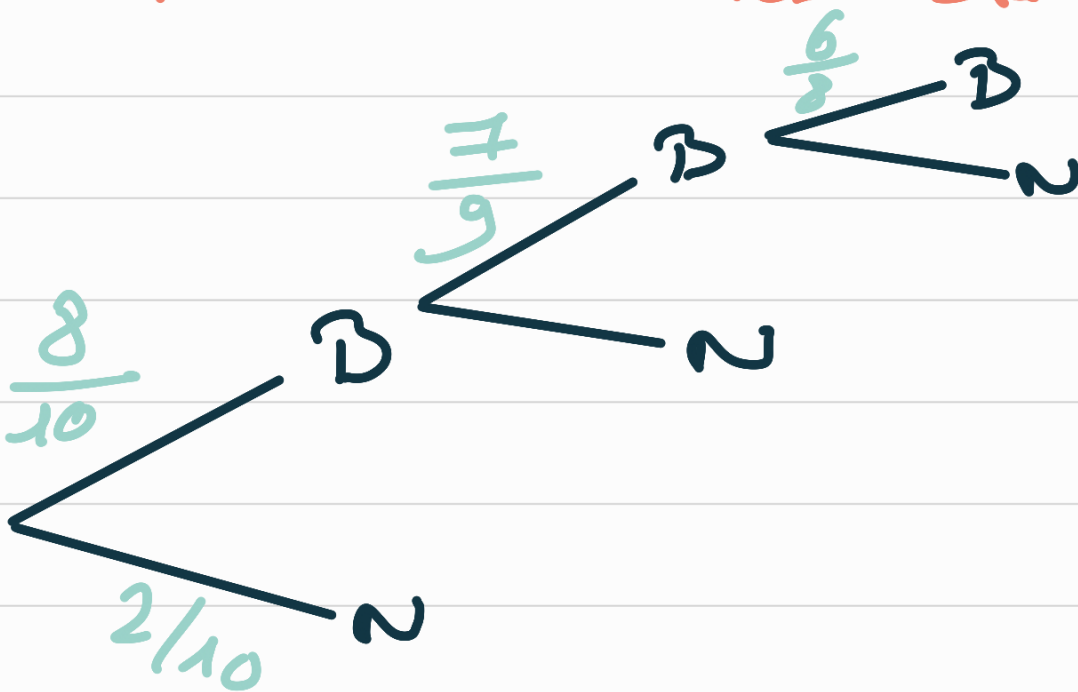
$$= \frac{4}{10} = 0,4$$

exercice 7 :

1) N : "au moins une balle noire"

$$P(N) = 1 - P(\bar{N})$$

$\bar{N}$: "3 balles blanches".



$$P(\bar{N}) = \frac{\cancel{8}}{10} \times \frac{7}{\cancel{9}} \times \frac{\cancel{6}}{\cancel{8}} \quad \begin{matrix} \cancel{3} \times 2 \\ \cancel{3} \times 3 \end{matrix}$$
$$= \frac{7}{10} \times \frac{2}{5} = \frac{14}{50} = \frac{7}{25}$$

$$P(N) = 1 - \frac{1}{15} = \frac{8}{15}.$$

2) N_1 : "1^{re} boule noire".

on cherche : $P(N_1 | N)$. 

↳ $N_1 \subset N \Rightarrow P(N_1 \cap N) = P(N_1)$

$$P(N_1 | N) = \frac{P(N_1)}{P(N)}$$

$$= \frac{\frac{2}{10}}{\frac{8}{15}}$$

$$= \frac{2}{10} \times \frac{15}{8} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{5} \times 3}{\cancel{5} \times \cancel{2} \times 4 \times \cancel{1}} = \frac{3}{8}$$