

Exercice 5 (BAC) Choisir la bonne réponse.

1. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 e^{-x^2}$.

Laquelle des expressions suivantes correspond à une fonction F primitive de f ?

a) $F(x) = -\frac{1}{6}(x^3 + 1)e^{-x^2}$

b) $F(x) = -\frac{1}{4}x^4 e^{-x^2}$

c) $F(x) = -\frac{1}{2}(x^2 + 1)e^{-x^2}$

d) $F(x) = x^2(3 - 2x^2)e^{-x^2}$

2. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{2x+1}$.

La seule primitive F sur $\mathbb{R}$ de la fonction f telle que $F(0) = 1$ est la fonction :

a) $x \mapsto 2e^{2x+1} - 2e + 1$

b) $x \mapsto 2e^{2x+1} - e$

c) $x \mapsto \frac{1}{2}e^{2x+1} - \frac{1}{2}e + 1$

d) $x \mapsto 2e^{x^2+x}$

$F(x) = \frac{1}{2}e^{2x+1} + C$

$F(0) = \frac{1}{2}e^3 + C = 1$

$\Leftrightarrow C = 1 - \frac{1}{2}e$

3. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x^2 + 1)e^x$.

La primitive F de f telle que $F(0) = 1$ est définie par :

a) $F(x) = (x^2 - 2x + 3)e^x$

b) $F(x) = (x^2 - 2x + 3)e^x - 2$ $F(0) = 3 - 2 = 1.$

c) $F(x) = \left(\frac{1}{3}x^3 + x\right)e^x + 1$

d) $F(x) = \left(\frac{1}{3}x^3 + x\right)e^x + 1$

4. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = xe^{x^2}$.

La primitive F de f sur $\mathbb{R}$ qui vérifie $F(0) = 1$ est définie par :

a) $F(x) = \frac{x^2}{2}e^{x^2}$

b) $F(x) = \frac{1}{2}e^{x^2}$ $\rightarrow F'(x) = \frac{1}{2} \times 2x e^{x^2} = x e^{x^2}$ $\times$

c) $F(x) = (1 + 2x^2)e^{x^2}$

d) $F(x) = \frac{1}{2}e^{x^2} + \frac{1}{2}$

5. Parmi les primitives de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3e^{-x^2} + 2$:

a) toutes sont croissantes sur $\mathbb{R}$;

b) toutes sont décroissantes sur $\mathbb{R}$;

c) certaines sont croissantes sur $\mathbb{R}$ et d'autres sont décroissantes ;

d) toutes sont croissantes sur $\mathbb{R}_+$ et décroissantes sur $\mathbb{R}_-$.

$$1) a) F'(x) = -\frac{1}{6} \left(3x^2 e^{-x^2} + \frac{(x^3+1)}{x-2x e^{-x^2}} \right)$$

$$= -\frac{1}{6} e^{-x^2} \left(3x^2 + \frac{(x^3+1)}{x-2x} \right)$$

$$= -\frac{1}{6} e^{-x^2} (3x^2 - 2x^4 - 2x)$$

X

$$b) F'(x) = -\frac{1}{4} x \left(4x^3 e^{-x^2} + x^4 x - 2x e^{-x^2} \right)$$

$$= -\frac{1}{4} e^{-x^2} (4x^3 - 2x^5)$$

X

c)
$$f'(x) = -\frac{1}{2} \left(2x x e^{-x^2} + (x^2 + 1)x - 2x e^{-x^2} \right)$$
$$= -\frac{1}{2} e^{-x^2} \left(2x + (x^2 + 1)x - 2x \right)$$

$$= -\frac{1}{2} e^{-x^2} \left(\cancel{2x} - 2x^3 - \cancel{2x} \right)$$

$$= \cancel{-} \frac{\cancel{1}}{\cancel{2}} e^{-x^2} x - \cancel{2} x^3$$

$$= x^3 e^{-x^2}$$

$$= f(x)$$



3) a) $F'(x) = (2x - 2)e^x + (x^2 - 2x + 3) \cdot e^x$

$$= e^x (x^2 + 1)$$

$$= (x^2 + 1)e^x$$

$$= f(x) \quad \checkmark$$

• $F(0) = 3$ X

Déterminer l'ensemble des primitives des fonctions suivantes définies sur l'intervalle I :

1) $f(x) = 3x^2 + 2x - 1$ $I = \mathbb{R}$

9) $f(x) = \frac{4}{4x+1}$ $I =]0; +\infty[$

~~2) $f(x) = \cos(x) - \sin(x)$ $I = \mathbb{R}$~~

10) $f(x) = \frac{1}{2x+5}$ $I =]0; +\infty[$

3) $f(x) = 2x^3 + 3x^2 + \frac{1}{4}x - 1$ $I = \mathbb{R}$

11) $f(x) = 2(2x-3)^5$ $I = \mathbb{R}$

4) $f(x) = x^4 + x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2$ $I = \mathbb{R}$

~~12) $f(x) = \sin 3x$ $I = \mathbb{R}$~~

5) $f(x) = \frac{1}{x^2} + \frac{2}{x}$ $I =]0; +\infty[$

~~13) $f(x) = 3\cos(2x-7)$ $I = \mathbb{R}$~~

6) $f(x) = \frac{2x-1}{\sqrt{x^2-x}}$ $I =]1; +\infty[$

~~14) $f(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$ $I = \mathbb{R}$~~

7) $f(x) = \frac{2}{\sqrt{4x-1}}$ $I =]1; +\infty[$

15) $f(t) = \frac{3}{2}\left(\frac{1}{2}t - \frac{1}{3}\right)^3$ $I = \mathbb{R}$

8) $f(x) = \frac{4x}{(1+2x^2)^2}$ $I = \mathbb{R}$

~~16) $f(t) = -\sin t \cos^3 t$ $I = \mathbb{R}$~~