

Suites

EXERCICE 4

Suite arithmético-géométrique

(5 points)

Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par :

$$\begin{cases} u_0 = 800 \\ u_{n+1} = 0,6u_n + 400 \end{cases}$$

- 1) a) Calculer u_1 , u_2 et u_3 .
b) La suite (u_n) est-elle arithmétique ? géométrique ? Pourquoi ?
- 2) On pose $v_n = u_n - 1\,000$.
 - a) Montrer que la suite (v_n) est géométrique dont on donnera la raison et le premier terme v_0 .
 - b) Déterminer v_n puis u_n en fonction de n .
 - c) ~~Quelle est la limite de la suite (u_n) ?~~

1) a) $u_1 = 880$

$u_2 = 928$

$u_3 = 956,8$

b) • $u_1 - u_0 = 880 - 800 = 80$

• $u_2 - u_1 = 928 - 880 = 48$

} $\neq$

donc (u_n) n'est pas arithmétique.

$$\bullet \frac{u_1}{u_0} = \frac{880}{800} = 1,1$$

$$\bullet \frac{u_2}{u_1} = \frac{928}{880} \approx 1,05$$

$\neq$

donc (u_n) n'est pas géométrique.

$$\begin{aligned} 2) \quad v_{n+1} &= u_{n+1} - 1000 \\ &= 0,6 u_n + 400 - 1000 \end{aligned}$$

$$= 0,6 u_n - 600$$

$$= 0,6 \left(u_n - \frac{600}{0,6} \right)$$

$$= 0,6 (u_n - 1000) = 0,6 v_n$$

donc (v_n) est géométrique de raison 0,6 et de premier terme $v_0 = u_0 - 1000 = -200$.

b) (v_n) est géométrique de raison 0,6 et de premier terme $v_0 = -200$.

donc $v_n = v_0 \times 0,6^n = -200 \times 0,6^n$.

$v_n = u_n - 1000$

$\Leftrightarrow u_n = v_n + 1000$

$u_n = -200 \times 0,6^n + 1000$

Exercice 7

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 6$ et pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = -2u_n + 3$

1. a. Calculer u_1 , u_2 et u_3
b. La suite (u_n) est-elle arithmétique ? géométrique ?
2. On pose, pour tout entier naturel n , $v_n = u_n - 1$
Démontrer que la suite (v_n) est géométrique de raison -2 .
3. En déduire, pour tout entier naturel n , l'expression de v_n en fonction de n , puis celle de u_n en fonction de n .

1) a) $u_1 = -9$

$$u_2 = 21$$

$$u_3 = -39$$

2) $v_{n+1} = u_{n+1} - 1$

$$= -2u_n + 3 - 1$$

$$= -2u_n + 2$$

$$= -2\left(u_n + \frac{2}{-2}\right)$$

$$= -2(u_n - 1) = -2v_n.$$

3) $v_n = u_n - 1$

$\Rightarrow u_n = v_n + 1$

$$u_n = 5 \times (-2)^n + 1$$

EXERCICE 3

Limite d'une suite

(5 points)

Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par :
$$\begin{cases} u_0 = -3 \\ u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 4 \end{cases}$$

- 1) a) Calculer u_1 , u_2 et u_3 .
b) La suite (u_n) est-elle géométrique ? Pourquoi ?
- 2) On pose pour tout entier n , $v_n = u_n - 6$
 - a) Montrer que la suite (v_n) est géométrique dont on donnera la raison q et le premier terme v_0 .
 - b) Déterminer v_n puis u_n en fonction de n .