

Dérivation

Exercice 1

Dans chacun des cas, fournir l'expression de la dérivée de la fonction dont l'expression algébrique est fournie, en utilisant la dérivée de $u + v$.

1. $f(x) = x^2 + 1$

2. $g(x) = x + \sqrt{x}$

3. $h(x) = x^3 + x^2$

4. $i(x) = x^3 + x + \frac{1}{x^2}$

5. $j(x) = \frac{4x+1}{x} = \frac{4x}{x} + \frac{1}{x} = 4 + \frac{1}{x}$

6. $k(x) = x^2 + x + 4 + \frac{1}{x}$

$$\left(\frac{1}{x^n}\right)' = -\frac{n}{x^{n+1}}$$

1) $f'(x) = 2x$

2) $g'(x) = 1 + \frac{1}{2\sqrt{x}}$

3) $h'(x) = 3x^2 + 2x$

$$4) i'(x) = 3x^2 + 1 - \frac{2}{x^3}.$$

$$5) j'(x) = -\frac{1}{x^2}.$$

$$6) k'(x) = 2x + 1 - \frac{1}{x^2}.$$

Exercice 4

Dans chacun des cas, fournir l'expression de la dérivée de la fonction dont l'expression algébrique est fournie, en utilisant la dérivée de uv .

1. $f(x) = x\sqrt{x}$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

2. $g(x) = \frac{1}{x}\sqrt{x}$

3. $h(x) = (\sqrt{x} + 1)^2$

4. $i(x) = x^2(2x + 4)$

5. $j(x) = \frac{1}{x^5}(3 - x)$

6. $k(x) = (4x - 1)\frac{1}{x^6}$

1) $f'(x) = 1 \times \sqrt{x} + x \times \frac{1}{2\sqrt{x}}$
 $= \sqrt{x} + \frac{x}{2\sqrt{x}}$

4) $i'(x) = 2x(2x + 4) + 2x^2$
 $= 4x^2 + 4 + 2x^2 = 6x^2 + 4$

6) $k'(x) = \frac{4}{x^6} + (4x - 1) \times \frac{-6}{x^7}$

Exercice 6

Dans chacun des cas, fournir l'expression de la dérivée de la fonction dont l'expression algébrique est fournie, en utilisant la dérivée de $\frac{u}{v}$.

1. $f(x) = \frac{x^3}{\sqrt{x}}$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

2. $g(x) = \frac{2\sqrt{x}}{x^2 - 4}$

$$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$$

3. $h(x) = \frac{x^4 + 1}{x^3 - 1}$

$$h'(x) = \frac{4x^3(x^3 - 1) - (x^4 + 1) \times 3x^2}{(x^3 - 1)^2}$$

$$= \frac{4x^6 - 4x^3 - 3x^6 + 3x^2}{(x^3 - 1)^2}$$

$$= \frac{x^6 - 4x^3 + 3x^2}{(x^3 - 1)^2}$$

Exercice 2 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{10x + 4}{5x^2 + 1}$

1. Déterminer l'expression de $f'(x)$. $u' = 10$
 $v' = 10x$
2. Dresser le tableau de variations de la fonction f .
3. Donner l'équation de la tangente à C_f au point d'abscisse 0.

$$\begin{aligned} 1) \quad f'(x) &= \frac{10(5x^2 + 1) - (10x + 4) \cdot 10x}{(5x^2 + 1)^2} \\ &= \frac{50x^2 + 10 - 100x^2 - 40x}{(5x^2 + 1)^2} \\ &= \frac{-50x^2 - 40x + 10}{(5x^2 + 1)^2} > 0 \end{aligned}$$

$$2) \quad \begin{cases} 40^2 = 1600 \\ 4 \times 50 \times 10 = 2000 \end{cases}$$

$$\sqrt{3600} = 60$$

$$x_1 = \frac{2}{10} \quad x_2 = -1$$

x	$-\infty$	-1	$\frac{2}{10}$	$+\infty$
f'	—	$\ominus$	$\oplus$	$\ominus$
f		$\nearrow$	$\searrow$	

$\nearrow$ 5
 $\searrow$ -1

3)

$$y = f'(a)(x-a) + f(a)$$

$$y = 10x + 4$$

Exercice 1 Pour chacun des cas suivants, déterminer $f'(x)$:

a. $f(x) = -4x^2 + 56x - 96$

b. $f(x) = \frac{3x - 4}{2x + 1}$

a) $f'(x) = -\underbrace{8x}_{a < 0} + \underbrace{56}_b$
 $-\frac{b}{a}$

x	$-\infty$	$\textcircled{-7}$	$+\infty$
f'	+	ϕ	-
f	$\nearrow$ local $\searrow$		

• tangente au point $a = 1$.

$$y = f'(1)(x-1) + f(1)$$

$$= 48(x-1) - 44$$

$$= 48x - 48 - 44$$

$$= 48x - 92$$