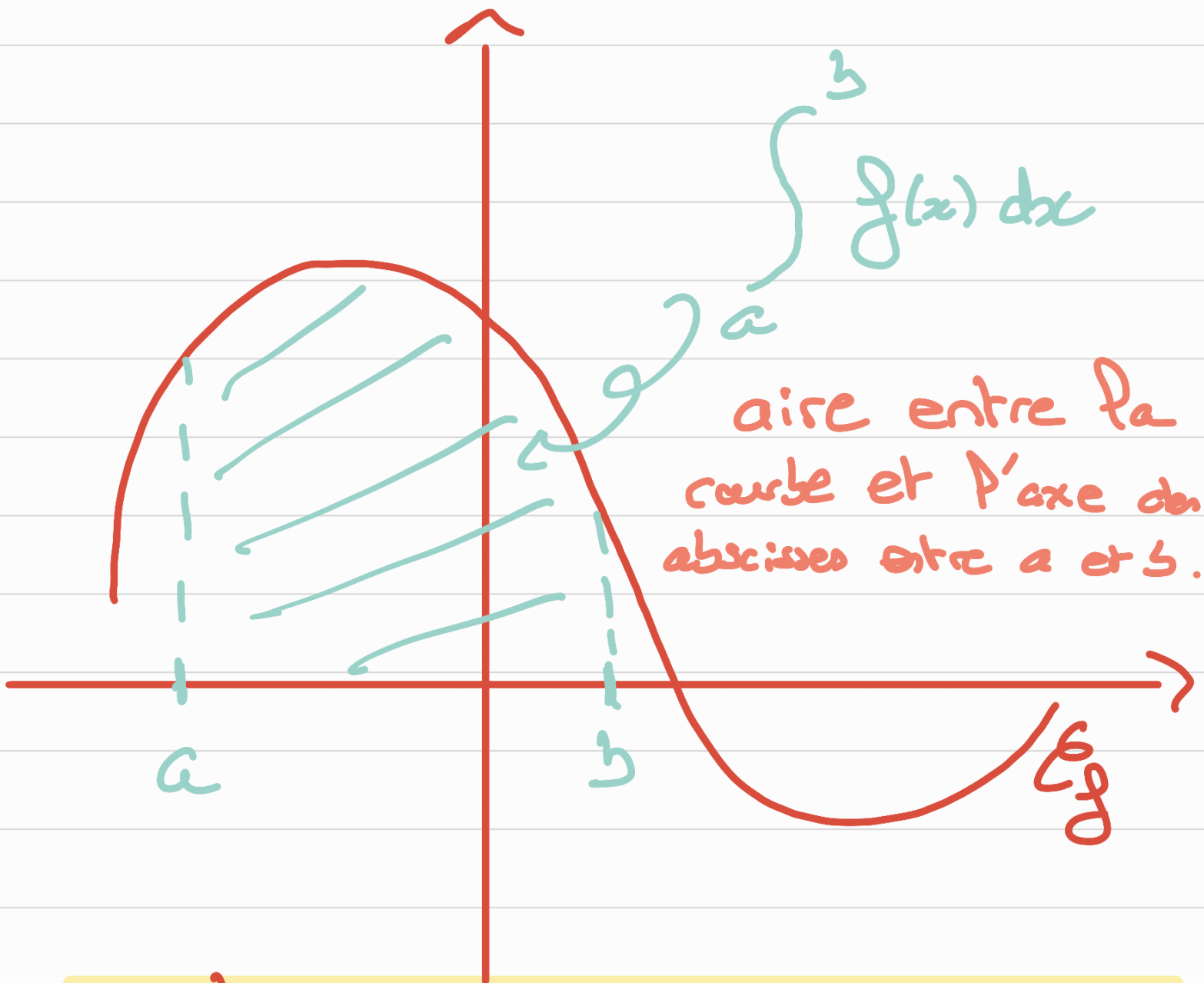


Intégrales



$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

← primitive de f

exercice 8 :

- 8** Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{1}{3}x + 4$.
1. Vérifier que $f(x) \geq 0$ sur $[-1; 5]$.
 2. Déterminer à l'aide de la calculatrice la valeur de $I = \int_{-1}^5 f(x) dx$. $= 28$
 3. Soit F la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = \frac{1}{6}x^2 + 4x$.
 - a. Vérifier que $F'(x) = f(x)$.
 - b. Retrouver la valeur de I .
 - c. Calculer $J = \int_0^4 f(x) dx$.

$$1) f(-1) = -\frac{1}{3} + 4 = \frac{11}{3} > 0$$

$$f(5) = \frac{1}{3} \times 5 + 4 = \frac{17}{3} > 0$$

et $f'(x) = \frac{1}{3} > 0$ donc f est croissante sur $[-1; 5]$.

Donc $f(x) > 0$ sur $[-1; 5]$

$$\begin{aligned}
 3) \quad a) \quad F'(x) &= \frac{1}{6} \times 2x + 4 \\
 &= \frac{1}{3} x + 4 \\
 &= f(x)
 \end{aligned}$$

donc F est une primitive de f .

$$\begin{aligned}
 b) \quad I &= \int_{-1}^s f(x) dx \\
 &= \left[\frac{1}{6} x^2 + 4x \right]_{-1}^s \\
 &= \left(\frac{1}{6} s^2 + 4s \right) - \left(\frac{1}{6} (-1)^2 + 4 \times (-1) \right)
 \end{aligned}$$

$$= \left(\frac{25}{6} + 20 \right) - \left(\frac{1}{6} \times 1 - 4 \right)$$

$$= \frac{145}{6} - \left(-\frac{23}{6} \right)$$

$$= \frac{145 + 23}{6}$$

$$= \frac{168}{6}$$

$$= 28.$$

c)
$$J = \int_0^4 f(x) dx$$

$$= [F(x)]_0^4$$

↖ primitive

$$= \left[\frac{1}{6}x^2 + 4x \right]_0^4$$

↘ évalue

$$= \left(\frac{1}{6} \times 4^2 + 4 \times 4 \right) - \left(\frac{1}{6} \times 0^2 + 4 \times 0 \right)$$

$$= \frac{1}{6} \times 16 + 16 - 0$$

$$= \frac{56}{3}.$$

exercice 21 :

a) $I = \int_{-1}^3 4x \, dx$

$\downarrow$ primitive

$$= \left[4x \frac{x^2}{2} \right]_{-1}^3$$

$$= \left[2x^2 \right]_{-1}^3$$

$$= (2 \times 3^2) - (2 \times (-1)^2)$$

$$= 2 \times 9 - 2 \times 1$$

$$= 18 - 2$$

$$= 16$$

b) $I = \int_{-2}^6 x^2 dx$

$$= \left[\frac{x^3}{3} \right]_{-2}^6$$

$$= \left(\frac{6^3}{3} \right) - \left(\frac{(-2)^3}{3} \right)$$

$$= \frac{216}{3} - \left(\frac{-8}{3} \right)$$

$$= \frac{216 + 8}{3}$$

$$= \frac{224}{3}$$

$$c) I = \int_2^5 (x^2 + 1) dx$$

$$= \left[\frac{x^3}{3} + x \right]_2^5$$

$$= \left(\frac{5^3}{3} + 5 \right) - \left(\frac{2^3}{3} + 2 \right)$$

$$= \frac{140}{3} - \frac{14}{3}$$

$$= \frac{126}{3}$$

$$= 42.$$

d)
$$I = \int_{-2}^3 e^x dx$$
$$= \left[e^x \right]_{-2}^3$$
$$= e^3 - e^{-2}$$

e)
$$I = \int_0^3 e^{-x} dx$$
$$= \left[\frac{e^{-x}}{-1} \right]_0^3$$
$$= -e^{-3} - (-e^0)$$
$$= -e^{-3} + 1.$$

$$8) I = \int_1^4 \frac{2}{x} dx$$

$$= [2 \ln(x)]_1^4$$

$$= 2 \ln(4) - 2 \ln(1)$$

$$= 2 \ln(4)$$

$$9) I = \int_{-2}^2 (x^3 + 2x) dx$$

$$= \left[\frac{x^4}{4} + \cancel{\frac{2}{2}} x^2 \right]_{-2}^2$$

$$= \left[\frac{x^4}{4} + x^2 \right]_{-2}^2$$

$$= \left(\frac{2^4}{4} + 2^2 \right) - \left(\frac{(-2)^4}{4} + (-2)^2 \right)$$

$$= \left(\frac{16}{4} + 4 \right) - \left(\frac{16}{4} + 4 \right)$$

$$= 0$$

h)
$$I = \int_2^4 \left(x + 1 + \frac{1}{x} \right) dx$$

$$= \left[\frac{x^2}{2} + x + \ln(x) \right]_2^4$$

$$= \left(\frac{4^2}{2} + 4 + \ln(4) \right) - \left(\frac{2^2}{2} + 2 + \ln(2) \right)$$

$$= 12 + \ln(4) - 4 - \ln(2)$$

$$= 8 + \ln\left(\frac{4}{2}\right)$$

$$= 8 + \ln(2)$$