

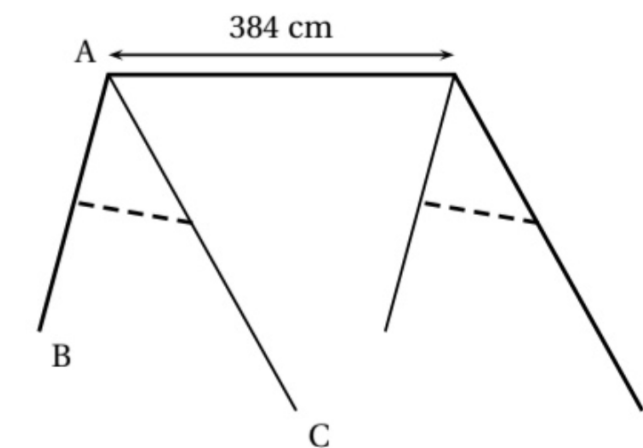
Exercice 3

23 points

Une entreprise fabrique des portiques pour installer des balançoires sur des aires de jeux.

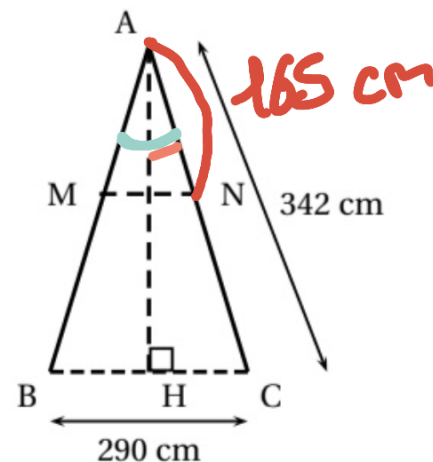
Document 1 : croquis d'un portique

Vue d'ensemble



— : poutres en bois de diamètre 100 mm
- - - : barres de maintien latérales en bois.

Vue de côté



ABC est un triangle isocèle en A.
H est le milieu de [BC]
(MN) est parallèle à (BC).

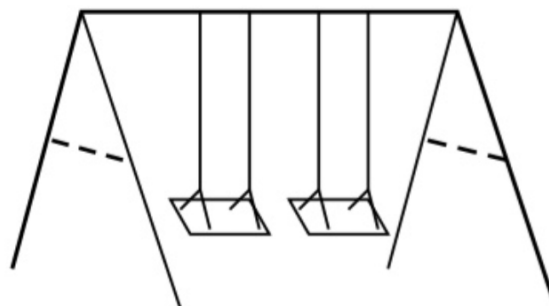
Document 2 : coût du matériel

Poutres en bois de diamètre 100 mm :

- Longueur 4 m : 12,99 € l'unité; → 1
- Longueur 3,5 m : 11,75 € l'unité; → 2
- Longueur 3 m : 10,25 € l'unité.

Barres de maintien latérales en bois :

- Longueur 3 m : 6,99 € l'unité;
- Longueur 2 m : 4,75 € l'unité;
- Longueur 1,5 m : 3,89 € l'unité. → 2



Ensemble des fixations nécessaires pour un portique : 80 €.

Ensemble de deux balançoires pour un portique : 50 €.

1. Déterminer la hauteur AH du portique, arrondie au cm près.
2. Les barres de maintien doivent être fixées à 165 cm du sommet ($AN = 165$ cm). Montrer que la longueur MN de chaque barre de maintien est d'environ 140 cm.
3. Montrer que le coût minimal d'un tel portique équipé de balançoires s'élève à 196,98 €.

1) Le triangle AHC est rectangle en H , et son hypoténuse est $[AC]$, donc d'après le théorème de Pythagore:

$$AC^2 = AH^2 + CH^2$$

$$342^2 = AH^2 + 145^2$$

$$AH^2 = 342^2 - 145^2$$

$$= 116\ 964 - 21\ 025$$

$$= 95\ 939$$

$$\text{donc } AH = \sqrt{95\ 939} \approx 310 \text{ cm}$$

2) Les points D, M, A et C, N, A sont alignés dans le même ordre.

Les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

Donc d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

$$\frac{165}{342} = \frac{165}{342} = \frac{MN}{290}$$

$$\text{donc } MN = \frac{165 \times 290}{342} \approx 140 \text{ cm}$$

$$3) \quad 12,99 + 4 \times 11,75 + \cancel{2 \times 5,89}^{6,99} + 80 + 50 = \cancel{197,77} \text{ €}$$

$$196,98 \text{ €}$$

4. L'entreprise veut vendre ce portique équipé 20 % plus cher que son coût minimal. Déterminer ce prix de vente arrondi au centime près.

5. Pour des raisons de sécurité, l'angle $\widehat{BAC}$ doit être compris entre 45° et 55° .
Ce portique respecte-t-il cette condition?

$$4) \quad 196,98 \times \left(1 + \frac{20}{100} \right)$$

$$\text{prix initial} \times \left(1 \pm \frac{\%}{100} \right)$$

$$= 236,38 \text{ €}$$

5) Dans le triangle AHC rectangle en H , on a :

$$\cos(\widehat{HAC}) = \frac{AH}{AC} = \frac{310}{342}$$

$$\text{donc } \widehat{HAC} = \arccos\left(\frac{310}{342}\right) \\ \approx 25^\circ$$

Comme ABC est isocèle en A , alors on a :

$$\widehat{BAC} = 2 \times \widehat{HAC}$$

$$= 2 \times 25$$

$$\approx 50^\circ$$

donc $\widehat{DAC}$ est compris entre 45° et 55° , donc P_e portique respecte la condition.