

Dérivation

exercice :

$$f(x) = \frac{5x - 3}{x - 1}, \quad x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$$

1) Calculer la dérivée.

$$f'(x) = \frac{5(x-1) - 1(5x-3)}{(x-1)^2}$$

$$= \frac{5x - 5 - 5x + 3}{(x-1)^2}$$

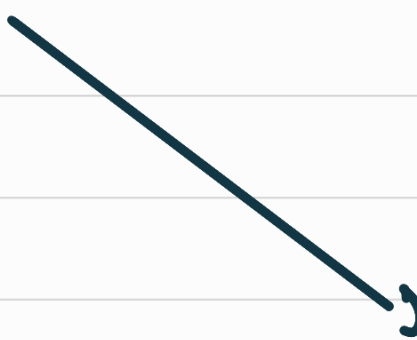
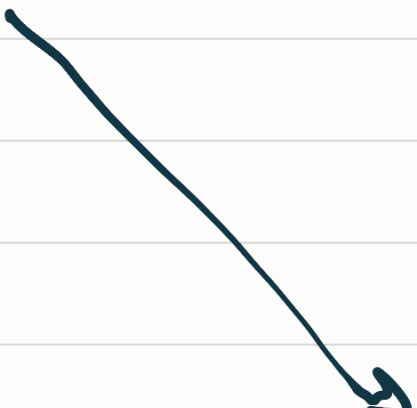
$$= -2/(x-1)^2$$

2) Dresser le tableau de variations de f .

$$f'(x) = \frac{-2}{(x-1)^2} < 0$$

donc :

← valeur interdite

x	$-\infty$	1	$+\infty$
f'	$-$		$-$
f			

exercice :

$$f(x) = x^3 - 9x^2 - 21x + 4$$

$$x \in \mathbb{R}$$

1) Calculer la dérivée

$$\begin{aligned} f'(x) &= 3x^2 - 8 \times 2x - 21 \\ &= 3x^2 - 18x - 21 \end{aligned}$$

2) Dresser le tableau de variations de f .

$$\Delta = (-18)^2 - 4 \times 3 \times -21$$

$$= 324 + 252$$

$$= 576.$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$= \frac{-18 - 24}{2 \times 3} = -1$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$= \frac{-18 + 24}{2 \times 3} = 1.$$

x	$-\infty$	-1	7	$+\infty$
f'	$+$	$\ominus$	$\ominus$	$+$
f		15	-241	

$$\begin{aligned}
 f(-1) &= (-1)^3 - 9 \times (-1)^2 - 21 \times (-1) + 2 \\
 &= 15
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 f(7) &= 7^3 - 9 \times 7^2 - 21 \times 7 + 2 \\
 &= -241
 \end{aligned}$$

exercice :

$$f(x) = -3x^2 + 12x - 5, x \in \mathbb{R}$$

1) Calculer la dérivée

$$\begin{aligned} f'(x) &= -3 \times 2x + 12 \\ &= -6x + 12 \end{aligned}$$

2) Dresser le tableau de variations

x	$-\infty$	$-\frac{12}{-6} = 2$	$+\infty$
f'	+	0	-
f	$\nearrow$		$\searrow$

Suites

Exercice 7

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 6$ et pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = -2u_n + 3$

1. a. Calculer u_1 , u_2 et u_3
b. La suite (u_n) est-elle arithmétique ? géométrique ?
2. On pose, pour tout entier naturel n , $v_n = u_n - 1$
Démontrer que la suite (v_n) est géométrique de raison -2 .
3. En déduire, pour tout entier naturel n , l'expression de v_n en fonction de n , puis celle de u_n en fonction de n .

$$1) a) u_1 = -2 \times 6 + 3 = -9$$

$$u_2 = -2 \times -9 + 3 = 21$$

$$u_3 = -2 \times 21 + 3 = -39$$

$$b) u_1 - u_0 = -9 - 6 = -15$$

$$u_2 - u_1 = 21 - (-9) = 30$$

donc (u_n) n'est pas arithmétique.

$$\frac{u_1}{u_0} = \frac{-9}{6} = -\frac{3}{2}$$

$$\frac{u_2}{u_1} = \frac{21}{-9} = -\frac{7}{3}$$

donc (u_n) n'est pas géométrique

2) a) $v_{n+1} = u_{n+1} - 1$ (1)

$$= -2u_n + 3 - 1$$
 (2)
$$= -2u_n + 2$$

$$= -2\left(u_n + \frac{2}{-2}\right)$$
 (3)
$$= -2(u_n - 1) = -2v_n$$

b). (v_n) est géométrique
de raison -2 et de
premier terme $v_0 = u_0 - 1$
 $= 6 - 1 = 5$.

↳ $v_n = v_0 \times q^n$

$$v_n = 5 \times (-2)^n$$

• $v_n = u_n - 1$

$$\Leftrightarrow v_n + 1 = u_n$$

donc $u_n = 5 \times (-2)^n + 1$