

Contrôle

exercice 1:

$$1) 1000 \times 0,8^n < 2$$

$$\Leftrightarrow 0,8^n < \frac{2}{1000} = 0,002$$

$$\Leftrightarrow 0,8^n < 0,002$$

$$\Leftrightarrow n \ln(0,8) < \ln(0,002)$$

$$\Leftrightarrow n > \frac{\ln(0,002)}{\ln(0,8)} \approx 27,8$$

donc $n \geq 28$

$$2) \ln(9) - 4\ln(3) + 5\ln(\sqrt{3})$$

$$= \ln(3^2) - 4\ln(3) + 5 \times \frac{1}{2} \ln(3)$$

$$= 2\ln(3) - 4\ln(3) + \frac{5}{2}\ln(3)$$

$$= -2\ln(3) + \frac{5}{2}\ln(3)$$

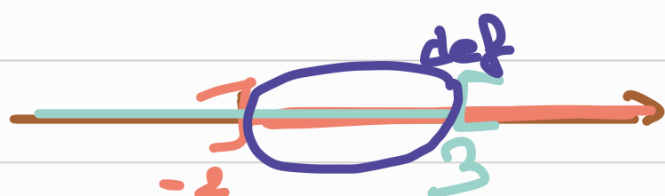
$$= \frac{1}{2}\ln(3)$$

$$3) \ln(2x+4) < \ln(-8x+24)$$

$$2x+4 > 0$$

$$\Leftrightarrow 2x > -4$$

$$\Leftrightarrow x > -\frac{4}{2} = -2$$



$$-8x+24 > 0$$

$$\Leftrightarrow -8x > -24$$

$$\Leftrightarrow x < \frac{-24}{-8}$$

$$\Leftrightarrow x < 3$$

$$\ln(2x + 4) < \ln(-8x + 24)$$

$$\Leftrightarrow 2x + 4 < -8x + 24$$

$$\Leftrightarrow 2x + 8x < 24 - 4$$

$$\Leftrightarrow 10x < 20$$

$$\Leftrightarrow x < \frac{20}{10}$$

$$\Leftrightarrow x < 2$$

donc ~~$\mathcal{D} =]-\infty; 2[$~~



donc $\mathcal{D} =]-2; 2[$

exercice 2:

Partie A

$$1) \cdot f(1) = 3$$

$$\cdot f'(1) = \frac{y_D - y_A}{x_D - x_A}$$

$$= \frac{5 - 3}{3 - 1}$$

$$= \frac{2}{2}$$

$$= 1$$

$$2) a) f'(x) = \frac{2ax}{ax^2+1}$$

$$(h(u))' = \frac{u'}{u}$$

$$b) f(1) = 3$$

$$\Leftrightarrow h(ax^2+1) + b = 3$$

$$\Leftrightarrow h(a+1) + b = 3$$

$$\bullet f'(1) = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{2ax \cdot 1}{ax^2+1} = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{2a}{a+1} = 1$$

$$\frac{2a}{a+1} \neq 1$$

$$2a = a + 1$$

$$2a - a = 1$$

$$a = 1$$

$$\bullet P_n(a+1) + b = 3$$

$$P_n(1+1) + b = 3$$

$$P_n(2) + b = 3$$

$$\text{dnc } b = 3 - P_n(2)$$

Partie D :

1) $f(x) = \ln(x^2 + 1) + 3 - \ln(2)$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 + 1 = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x) = \underline{+\infty}$$

donc $\lim_{x \rightarrow -\infty} \ln(x^2 + 1) = +\infty$

et par somme de limites
 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$.

2) $f'(x) = \frac{2x}{x^2+1}$

• $2x > 0 \Leftrightarrow x > 0$

• $x^2 + 1 > 0$ ✓

$f(0) = \ln(0^2+1) + 3$
 $= 3 - \ln(2) - \ln(4)$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$2x$	—	$\emptyset$	$+$
x^2+1		$+$	
f'	—	$\emptyset$	$+$
f	$+\infty$	$3 - \ln(2)$	$+\infty$

3) a) . f est continue sur $]-\infty; 0]$

• f est strictement
décroissante sur $]-\infty; 0]$

• $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty > 5$

et $f(0) = 3 - |1/2| = 2,3 < 5$

donc d'après le corollaire
du théorème des valeurs intermédiaires
l'équation $f(x) = 5$, admet une
unique solution α sur $]-\infty; 0]$.

b) $2 \in [3,7; 3,8]$

$$4) \quad f(x) = 3 + \ln(2)$$

$$\ln(x^2 + 1) + \underbrace{3 - \ln(2)}_{\text{red arrow}} = 3 + \ln(2)$$

$$\ln(x^2 + 1) = \cancel{3} + \ln(2) - \underbrace{\cancel{3} + \ln(2)}_{\text{red arrow}}$$

$$\ln(x^2 + 1) = 2\ln(2)$$

$$\ln(x^2 + 1) = \ln(2^2)$$

$$x^2 + 1 = 4$$

$$x^2 = 4 - 1 = 3$$

$$\text{denn } x = \sqrt{3} \quad , \quad x = -\sqrt{3}$$

$$\text{Denn } \mathcal{D} = \{\sqrt{3}; -\sqrt{3}\}$$