

Exercice 10 corrigé disponible

Les deux parties A et B peuvent être traitées indépendamment.

Les résultats seront donnés sous forme décimale en arrondissant à 10^{-4} .

Dans un pays, il y a 2 % de la population contaminée par un virus.

Partie A

On dispose d'un test de dépistage de ce virus qui a les propriétés suivantes :

- La probabilité qu'une personne contaminée ait un test positif est de 0,99 (sensibilité du test).
- La probabilité qu'une personne non contaminée ait un test négatif est de 0,97 (spécificité du test).

On fait passer un test à une personne choisie au hasard dans cette population.

On note V l'évènement « la personne est contaminée par le virus » et T l'évènement « le test est positif ».

$\bar{V}$ et $\bar{T}$ désignent respectivement les évènements contraires de V et T .

- 1) a) Préciser les valeurs des probabilités $P(V)$, $P_V(T)$, $P_{\bar{V}}(\bar{T})$.

Traduire la situation à l'aide d'un arbre de probabilités.

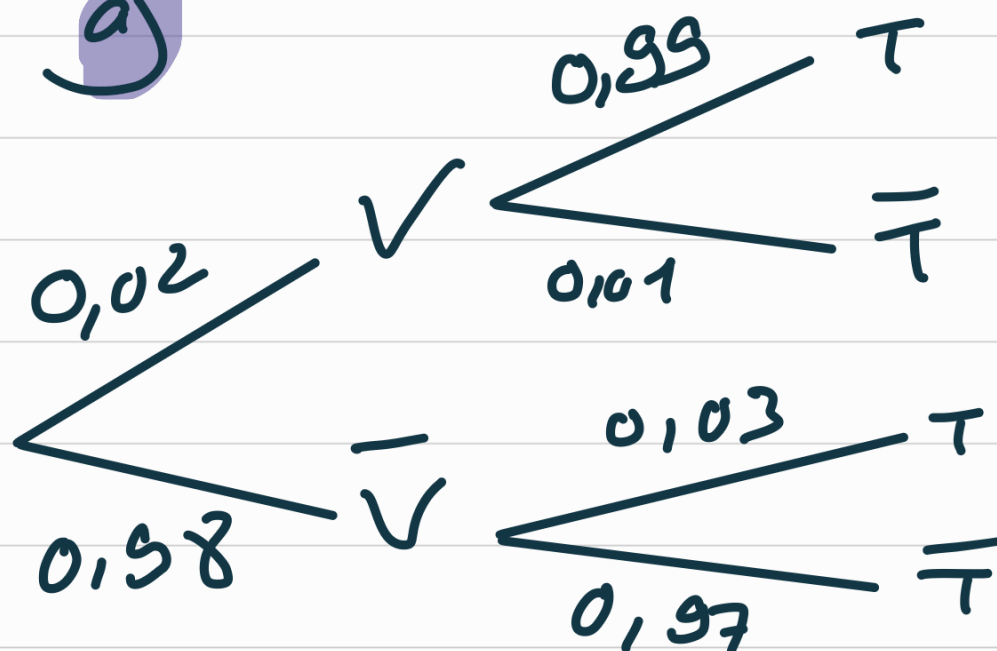
- b) En déduire la probabilité de l'évènement $V \cap T$.

- 2) Démontrer que la probabilité que le test soit positif est 0,049 2.

- 3) a) Justifier par un calcul la phrase :

« Si le test est positif, il n'y a qu'environ 40 % de « chances » que la personne soit contaminée ».

- b) Déterminer la probabilité qu'une personne ne soit pas contaminée par le virus sachant que son test est négatif. Que peut-on en conclure.



$$b) P(V \cap T) = P(V) \times P(T) \\ = 0,0198$$

2) 1) après la formule des probabilités totales:

$$P(T) = P(V \cap T) + P(\overline{V} \cap T) \\ = 0,0198 + 0,38 \times 0,03 \\ = 0,0492$$

$$3) a) P_T(V) = \frac{P(V \cap T)}{P(T)} \\ = \frac{0,0198}{0,0492} \approx 0,4024$$

$$b) \Pi_{\overline{T}}(\overline{V}) = \frac{\Pi(\overline{V} \cap \overline{T})}{\Pi(\overline{T})}$$

$$= \frac{0,98 \times 0,97}{1 - 0,0492}$$

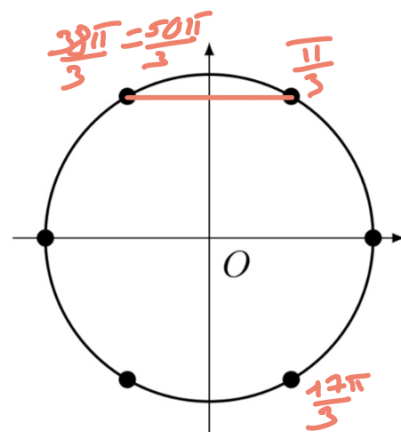
$$\approx 0,9998$$

Trigonométrie

Exercice 1 :

1. Sur le cercle trigonométrique ci-contre, placer les points M_1, M_2, M_3, M_4 repérés respectivement par les angles $\frac{\pi}{3}, \frac{17\pi}{3}, \frac{38\pi}{3}, \frac{50\pi}{3}$.
2. Donner alors sans justification :

a) $\cos\left(\frac{17\pi}{3}\right)$ b) $\sin\left(-\frac{38\pi}{3}\right)$ c) $\cos\left(\frac{50\pi}{3}\right)$



$$\frac{50\pi}{3} = \frac{48\pi}{3} + \frac{2\pi}{3}$$

$$= 16\pi + \frac{2\pi}{3}$$

$$= 8 \times 2\pi + \frac{2\pi}{3}$$

Exercice 2 :

On considère un angle x en radian tel que $\cos x = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

1. Quelles sont les valeurs possibles de $\sin x$?
2. Déterminer $\sin x$ sachant que $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$.

$$1) \cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$$

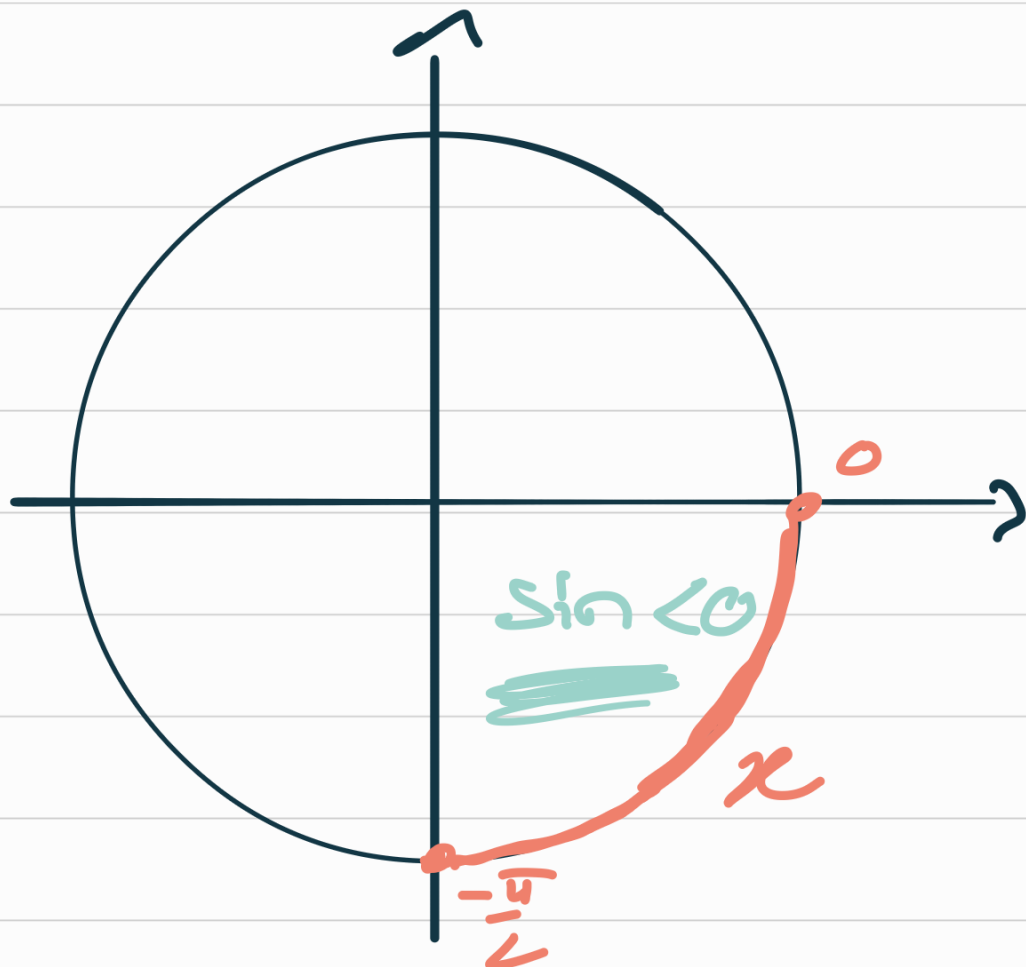
$$\left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right)^2 + \sin^2(x) = 1$$

$$\frac{5}{9} + \sin^2(x) = 1$$

$$\sin^2(x) = 1 - \frac{5}{9} = \frac{4}{9}$$

$$\text{donc } \sin(x) = \frac{2}{3} \text{ ou } -\frac{2}{3}$$

2)



$$\Rightarrow \sin(x) = -\frac{2}{3}$$

Exercice 3 :

Résoudre les équations suivantes sur l'intervalle donné :

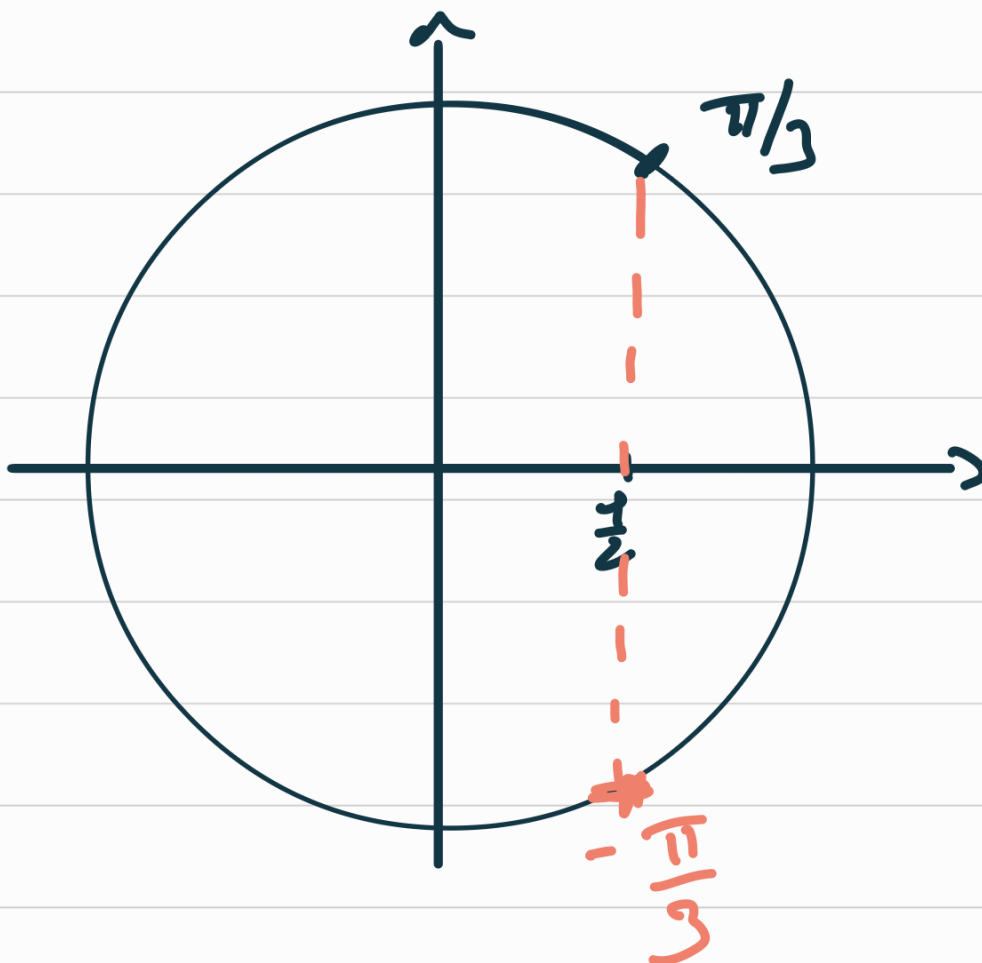
1. $\cos(x) = \frac{1}{2}$ sur $[-\pi; \pi]$

2. $2 \sin(x) = -1$ sur $[0; 2\pi[$

3. $\sqrt{2} \cos(x) + 1 = 0$ sur $[0; 6\pi[$

4. $2 \sin(x) + \sqrt{3} = 0$ sur $] -2\pi; \pi]$

1) $\cos(x) = \frac{1}{2}$.



$$\Delta = \left(-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right).$$