

Exponentielle

EXERCICE 1

Propriétés algébriques

1) Simplifier les expressions suivantes :

a) $A = \frac{e^6 \times e^{-4}}{e^{-3}}$

b) $B = \frac{e^{1+x}}{e^{x+2}}$

(5 points)
 $(x^n)^m = x^{n \times m}$
c) $C = \frac{(e^{-2x})^3 e^{4x}}{e^{-2x}}$

2) Montrer les égalités suivantes pour tout $x \in \mathbb{R}$:

a) $2e^{2x} + 6e^x - 8 = 2(e^x - 1)(e^x + 4)$

b) $\frac{(e^x - 1)(e^x + 1)}{e^{2x}} = 1 - e^{-2x}$

1)
$$\begin{aligned} A &= \frac{e^6 \times e^{-4}}{e^{-3}} = \frac{e^{6+(-4)}}{e^{-3}} \\ &= \frac{e^2}{e^{-3}} \\ &= e^{2-(-3)} \\ &= e^5 \end{aligned}$$

$$B = \frac{e^{1+x}}{e^{x+2}} = e^{1+x-x-2} = e^{-1}$$

$$C = e^0 = 1$$

recall : $e = e^1$

EXERCICE 2

Résolution équation et inéquation

(4 points)

1) Résoudre les équations suivantes dans $\mathbb{R}$ en se justifiant rigoureusement :

a) $e^{-2x+1} - e^4 = 0$

b) $e^{x^2+x+4} = \underline{e^2 e^{4x}}$

2) Résoudre les inéquations suivante dans $\mathbb{R}$ en se justifiant rigoureusement :

a) $e^{-x+2} - 1 \geq 0$

b) $(e^x - 1)(2e^x + 1) \leq 0$

$$\begin{array}{ccc} e^a & > & e^b \\ e^a & = & e^b \\ e^a & < & e^b \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{ccc} a & > & b \\ a & = & b \\ a & < & b \end{array}$$

1) a) $e^{-2x+1} - e^4 = 0$

$$\Leftrightarrow e^{-2x+1} = e^4$$

$$\Leftrightarrow -2x+1 = 4$$

$$\Leftrightarrow -2x = 4-1 = 3$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{3}{-2} = -\frac{3}{2}.$$

$$3) \quad x^2 + x + 4 = 4x + 2$$

$$x^2 + x = 4x - 2$$

$$x^2 = 3x - 2$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$x_1 = 1 \quad \text{et} \quad x_2 = 2$$

$$2) a) \quad e^{-x+2} - 1 > 0$$

$$e^{-x+2} > 1 = e^0$$

$$-x + 2 > 0$$

$$-x > -2$$

$$x \leq \frac{2}{-1} = -2$$

Exercice 2 Dérivation

Dans chacun des cas, f est une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ et il faut déterminer $f'(x)$.

1. $f(x) = e^x + x^2$

2. $f(x) = 3e^x + 4x + 5$

3. $f(x) = 3x^2 - 4e^x$

4. $f(x) = xe^x$

5. $f(x) = (1+x)e^x$

6. $f(x) = \frac{x^2 + 5}{e^x}$

$$(e^x)' = e^x$$

$$e^x + (1+x)e^x$$