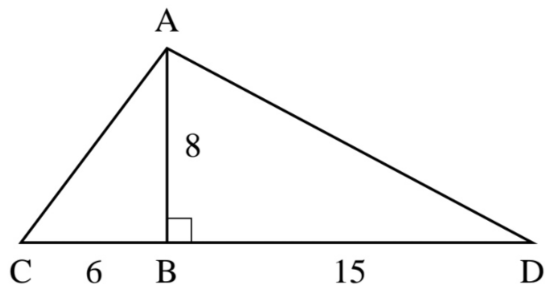
EXERCICE 2

Produits scalaires **(2 points)**

On donne la figure suivante :

À l'aide des information portées sur la figure, déterminer les produits scalaires suivants :

1) $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{DB}$
2) $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{DA}$
3) $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA}$
4) $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{DB}$



1) $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{DB}$

$= \overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{DB}$

$= DB \times DB$

$= 15 \times 15$

$= 225.$

2) $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{DA}$

$= \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BA}$

$= BA \times BA$

$= 8 \times 8$

$= 64.$

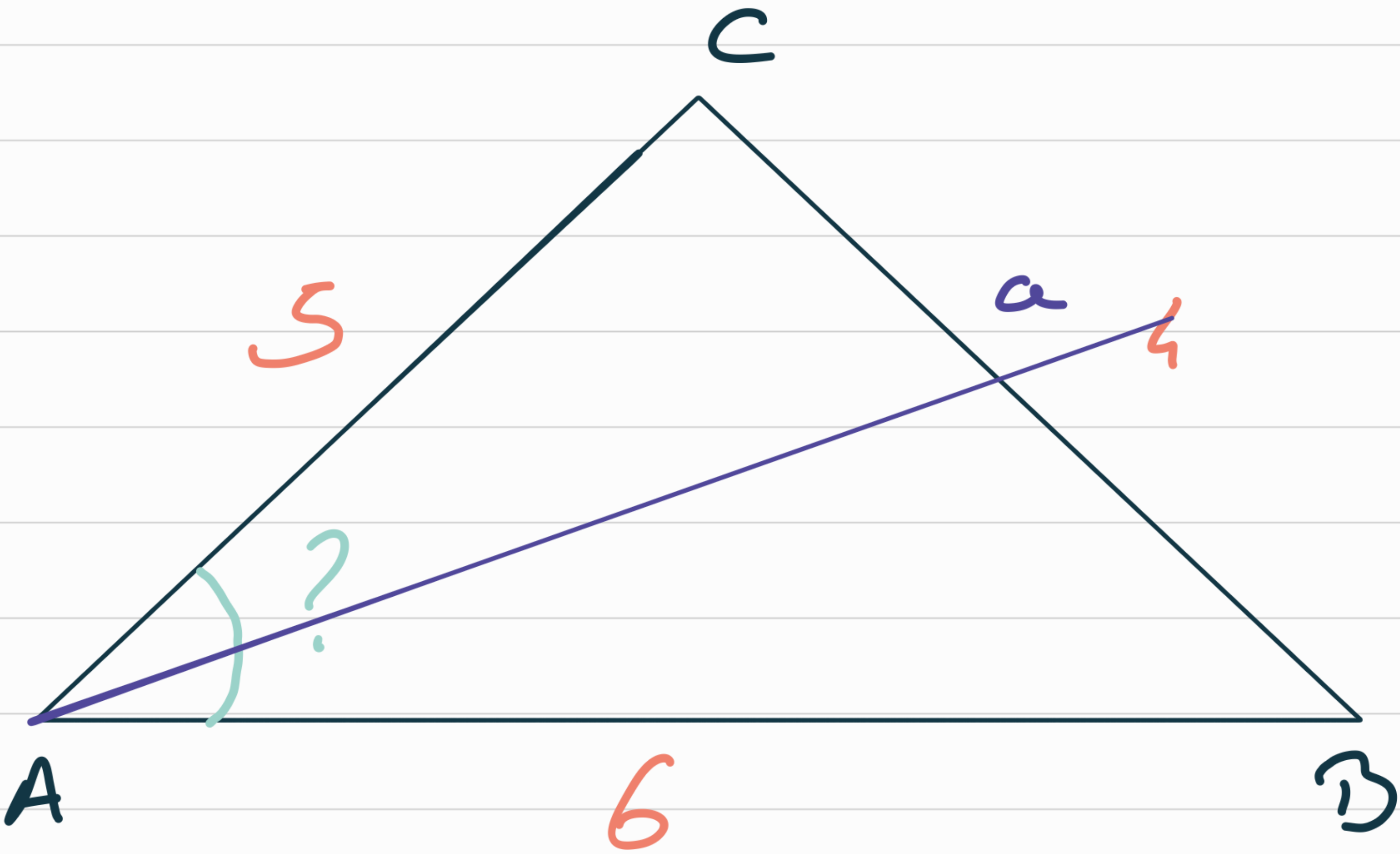
3) $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA}$

$= \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CB}$

$= -6 \times 6$

$= -36.$

exercice :



$$\boxed{a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \times \cos(\widehat{BAC})}$$

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2 \times AC \times AB \times \cos(\widehat{A})$$

$$4^2 = 5^2 + 6^2 - 2 \times 5 \times 6 \times \cos(\widehat{A})$$

$$16 = 61 - 60\cos(\vec{A})$$

$$16 - 61 = -60\cos(\vec{A})$$

$$\frac{-45}{-60} = \cos(\hat{A})$$

$$\frac{3}{4} = \cos(\vec{A})$$

$$\Rightarrow \quad \hat{A} = \arccos\left(\frac{3}{4}\right) \simeq 41^{\circ}.$$

exercice :

1) $A(3;-2)$ $B(-1;-1)$

$C(-3;2)$ $D(1;3)$.

Est ce que les droites (AB) et (CD) sont parallèles ?

$\vec{AB}\begin{pmatrix}-1-3\\-1-(-2)\end{pmatrix}$, d'où $\vec{AB}\begin{array}{c}\begin{pmatrix}-4\\1\end{pmatrix}\end{array}\begin{array}{l}x\\y\end{array}$

$\vec{CD}\begin{pmatrix}1-(-3)\\3-2\end{pmatrix}$, d'où $\vec{CD}\begin{array}{c}\begin{pmatrix}4\\1\end{pmatrix}\end{array}\begin{array}{l}x'\\y'\end{array}$

$$\det(\vec{AB};\vec{CD}) = \underbrace{-4\times 1}_{x\times y'} - \underbrace{1\times 4}_{y\times x'}$$

$$= -4-4 = -8 \neq 0$$

donc les vecteurs ne sont pas colinéaires et les droites parallèles.

exercice :

$AB = 3$ cm $\quad AC = 5$ cm

et $BC = 6$ cm.

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = \frac{1}{2}\left(AB^2 + AC^2 - BC^2\right)$$

$$= \frac{1}{2}(9 + 25 - 36)$$

$$= \frac{1}{2} \times -2$$

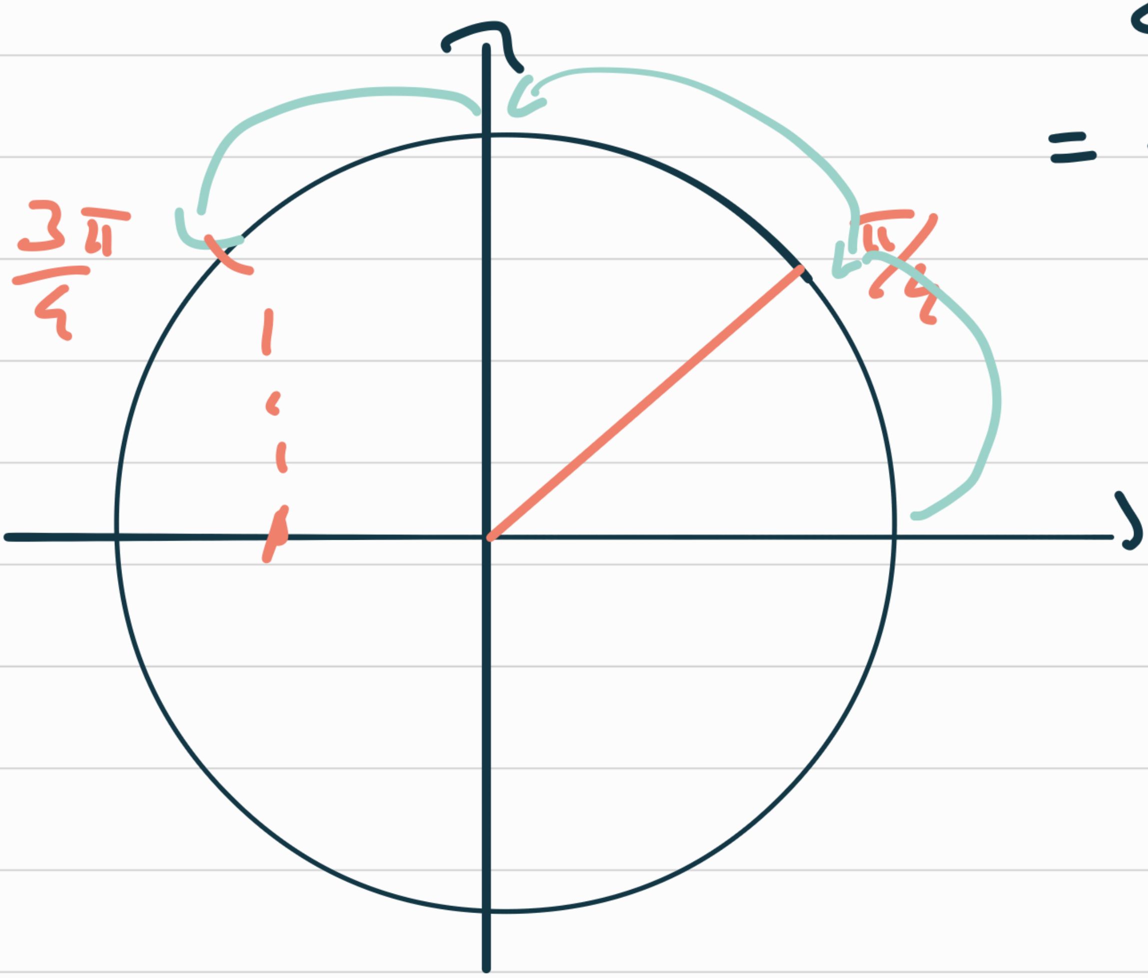
$$= -1$$

exercice :

Soit ADC un triangle tel que $AB = 5$ et $AC = 3$ et $\widehat{BAC} = \frac{3\pi}{4}$

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 5 \times 3 \times -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$= -\frac{15\sqrt{2}}{2}.$$



exercice :

$M(1;3)$ $N(4;-2)$ $P(2;-1)$

$$\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{MP} = 3\times 1 - (-5)\times(-4)$$
$$= -17$$

$\overrightarrow{MN}(3;-5)$ $\overrightarrow{MP}(1;-4)$

exercice :

$\vec{u}\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\4\end{pmatrix}$

$(4\vec{u}+\vec{v}).(\vec{u}-\vec{v})$

$= 4\vec{u}.\vec{u} - 4\vec{u}.\vec{v} + \vec{v}.\vec{u} - \vec{v}.\vec{v}$

$\vec{u}.\vec{u} = 2\times 2 + (-1)\times(-1) = 5$

$\vec{u}.\vec{v} = 2\times 1 + (-1)\times 4 = -2$

$\vec{v}.\vec{v} = 1\times 1 + 4\times 4 = 5$

$= 4\times 5 - 4\times(-2) + (-2) - 5$

$= 21.$

exercice :

$A(1;3)$ $B(3;1)$ $C(-2;-2)$

et $D(13;-5)$

Est-ce que les droites (AC) et (AB) sont perpendiculaires ?

$\overrightarrow{AC}(-3;-5)$

$\overrightarrow{AB}(2;-2)$

$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB} = 2\times -3 + (-5)\times(-2)$

$= -6 + 10 = 4 \neq 0.$

donc les vecteurs pas ortho.
et droites pas perpendiculaires.