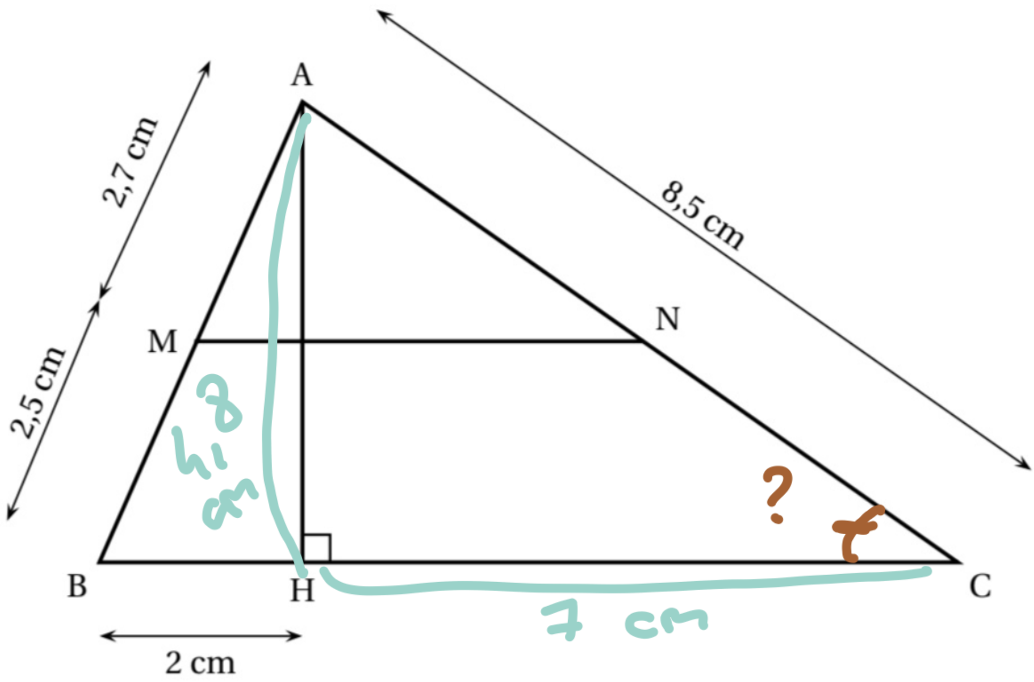
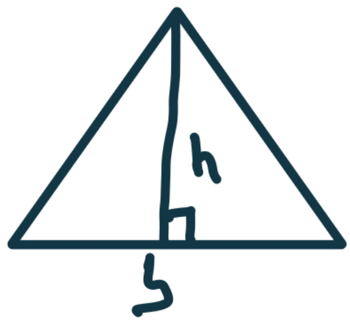
EXERCICE 5 **24 points**

La figure ci-dessous n'est pas à l'échelle



Dans le triangle ABC ci-dessus, M est un point du côté [AB], N est un point du côté [AC], et H est un point du côté [BC] ; les droites (MN) et (BC) sont parallèles.
On donne :

- AC = 8,5 cm ;
- AM = 2,7 cm ;
- MB = 2,5 cm ;
- BH = 2 cm.



On rappelle que toutes les réponses doivent être justifiées.

$\frac{b \times h}{2}$

1. Calculer AB.
2. Montrer que la longueur AH est égale à 4,8 cm.
3. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{ACH}$. Arrondir au degré près.
4. Calculer la longueur HC. Arrondir au cm près.
5. Un élève affirme que : « AN est inférieure à 4 cm ». A-t-il raison ? x
6. Calculer l'aire du triangle AHC.

Le triangle AHC est rectangle en H,

$\cos(\widehat{ACH}) = \frac{HC}{AC} = \frac{7}{8,5}$ / $\widehat{ACH} = \arccos\left(\frac{7}{8,5}\right) \approx 35°$

1) $AD = 2,5 + 2,7$

$= 5,2$ cm.

2) Le triangle ABH est rectangle en H, donc d'après le théorème de Pythagore :

$AB^2 = AH^2 + BH^2$

$5,2^2 = AH^2 + 2^2$

$AH^2 = 5,2^2 - 2^2$

$AH^2 = 23,04$

donc $AH = \sqrt{23,04} = 4,8$ cm

4) Le triangle AHC est rectangle en H, donc d'après le théorème de Pythagore :

$$AC^2 = AH^2 + HC^2$$

$$8,5^2 = 4,8^2 + HC^2$$

$$HC^2 = 8,5^2 - 4,8^2$$

$$HC^2 = 49,21$$

donc $HC = \sqrt{49,21}$

$\simeq 7$ cm

5) . Les points A, M, B et A, N, C sont alignés dans le même ordre.

. Les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

donc d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{AN}{AC} = \frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC}$$

$$\frac{AN}{8,5} = \frac{2,7}{5,2} = \frac{MN}{9}$$

d'où $AN = \dfrac{2,7 \times 8,5}{5,2} \simeq 4,4$ cm

6) $\mathcal{A}ire\,(AHC) = \dfrac{HC \times AH}{2}$

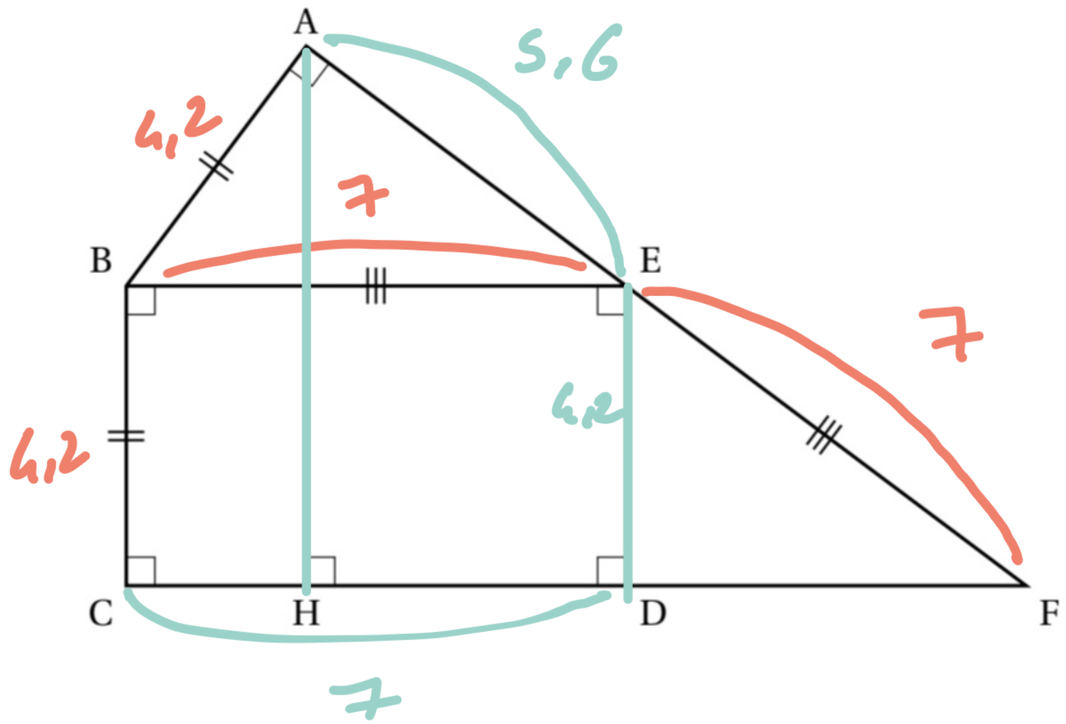
$= \dfrac{7 \times 4{,}8}{2}$

$= 16{,}8\ cm^2.$

Exercice 2 **20 points**

Sur la figure ci-dessous :

- BCDE est un rectangle, BAE est un triangle rectangle en A ;
- la perpendiculaire à la droite (CD) passant par A coupe cette droite en H ;
- les droites (AE) et (CD) se coupent en F.



On donne :

- $AB = BC = 4,2$ cm ;
- $EB = EF = 7$ cm.

1. Montrer que l'aire du rectangle BCDE est égale à $29,4\,\text{cm}^2$.
2. a. Montrer que la longueur AE est égale à $5,6\,\text{cm}$.
   b. Calculer l'aire du triangle rectangle ABE.
3. a. Montrer que les droites (ED) et (HA) sont parallèles.
   b. Calculer la longueur AH.

1) Aire (BCDE) $= 7 \times 4,2$
$= 29,4 \text{ cm}^2$.

2) a) Le triangle ABE est rectangle en A, donc d'après le théorème de Pythagore :

$$BE^2 = AB^2 + AE^2$$

$$7^2 = 4{,}2^2 + AE^2$$

$$AE^2 = 7^2 - 4{,}2^2$$

$$AE^2 = 31{,}36$$

donc $AE = \sqrt{31{,}36} = 5{,}6$ cm.

3) Aire (ABE) $= \dfrac{AB \times AE}{2}$

$$= \frac{4{,}2 \times 5{,}6}{2}$$

$= 11,56 \text{ cm}^2$.

3) a) Les droites (ED) et (HA) sont toutes les deux perpendiculaires à la même droites (CF), donc les droites (ED) et (HA) sont parallèles.

b) . Les points F, E, A et F, D, H sont alignés dans le même ordre.

. Les droites (ED) et (HA) sont parallèles.

donc d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{FE}{FA} = \frac{FD}{FH} = \frac{ED}{HA}$$

$$\frac{7}{12,6} = \frac{FD}{FH} = \frac{4,2}{HA}$$

d'où $\quad HA = \dfrac{12,6 \times 4,2}{7}$

$$= 7,56 \text{ cm}.$$