

Variable aléatoire

• On lance un dé à six faces.

→ on obtient un nombre pair,
on gagne 2 €

→ on obtient un nombre impair,
on perd 1 €.

On note X la variable aléatoire qui compte le gain obtenu.

↳ $X = +2 \Rightarrow$ nombre pair

↳ $X = -1 \Rightarrow$ nombre impair.

$$\bullet \mathbb{P}(X=2) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\bullet \mathbb{P}(X=-1) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$X(\Omega) :=$ valeurs possibles de X

$\mathbb{P}(X=k)$, $k \in X(\Omega)$

donner la loi de X .

Exercice 1 :

On lance trois fois de suite une pièce de monnaie. X est la variable aléatoire qui compte le nombre de fois où Face est sorti sur les trois lancers.

Quelles sont les valeurs possibles pour X ?

$$L, X(\Omega) = \{0; 1; 2; 3\}$$

Exercice 2 : Avec un arbre ou un tableau

Dans un restaurant d'entreprise, le consommateur a le choix entre : trois entrées à 2, 3 et 4 euros, trois plats principaux à 5, 6 et 7 euros, et deux desserts à 3 euros chacun.

Un consommateur choisit au hasard, une entrée, un plat et un dessert.

On note X la variable aléatoire donnant le prix de son repas.

- Quelles sont les valeurs prises par X ?
- Quelles sont les issues correspondant à $X = 12$?
- Donner la loi de probabilité de X
- Calculer son espérance mathématique.

$$a) X(\Omega) = \{10; 12; 11; 13; 14\}$$

$$b) E.P.D := \{453; 273; 363\}$$

$$c) P(X=12) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$X(\omega) = \{x_1, \dots, x_n\}$$

$$E[X] = x_1 \times \mathbb{P}(X=x_1) + \\ x_2 \times \mathbb{P}(X=x_2) + \dots + \\ x_n \times \mathbb{P}(X=x_n).$$

d) $E[X] = 10 \times \mathbb{P}(X=10) \\ + 11 \times \mathbb{P}(X=11) \\ + 12 \times \mathbb{P}(X=12) \\ + 13 \times \mathbb{P}(X=13) \\ + 14 \times \mathbb{P}(X=14)$

c)

| | | | | | |
|----------|---------------|---------------|-----------------------------|---------------|---------------|
| x | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
| $P(X=x)$ | $\frac{1}{9}$ | $\frac{2}{9}$ | $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ | $\frac{2}{9}$ | $\frac{1}{9}$ |

253

263, 353

373, 463

473

d)
$$E[X] = 10 \times \frac{1}{9} + 11 \times \frac{2}{9}$$

$$+ 12 \times \frac{3}{9} + 13 \times \frac{2}{9} + 14 \times \frac{1}{9}$$

$$= 12 \text{ euros.}$$

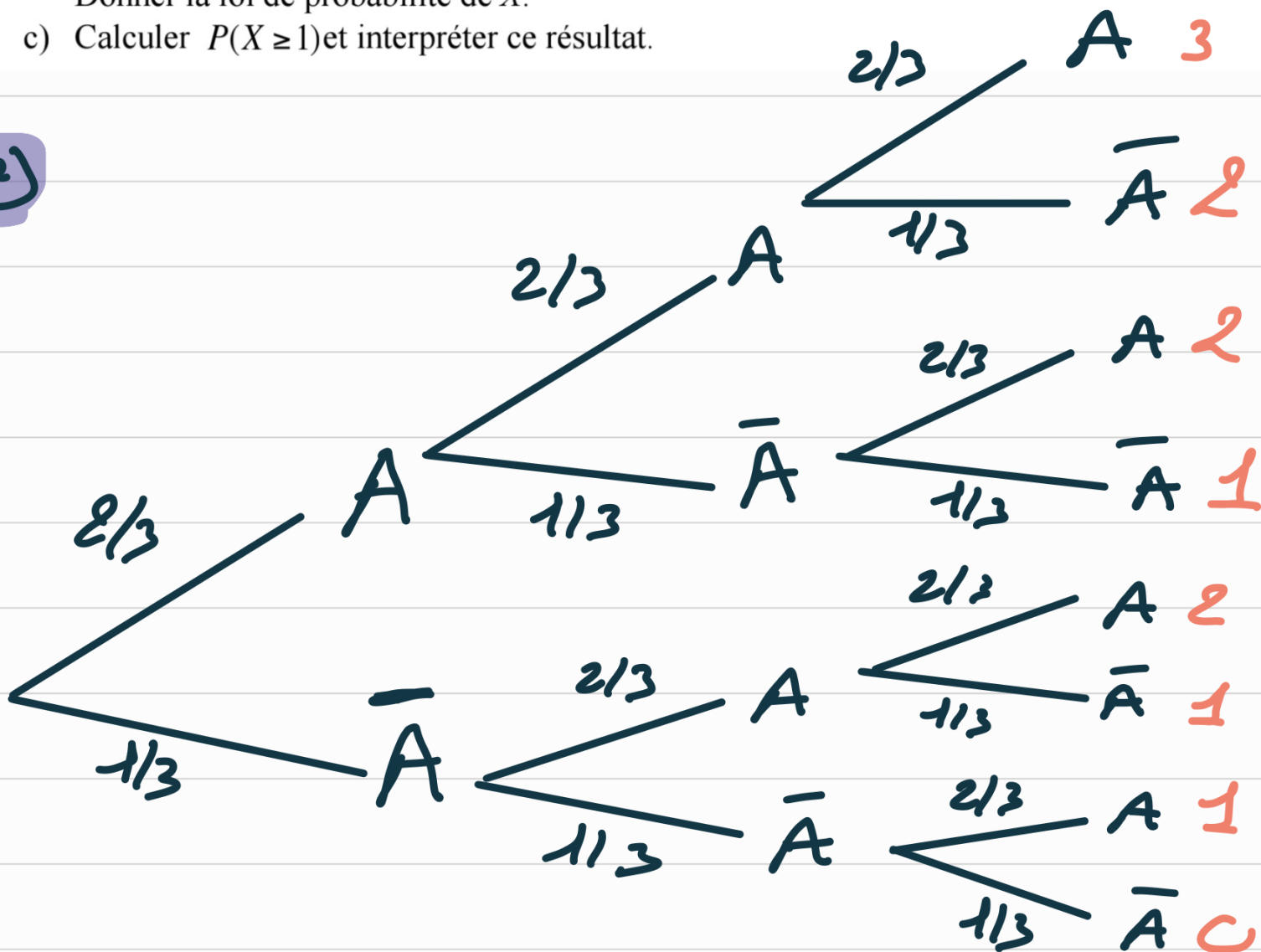
Exercice 4 : répétitions d'épreuves

Deux amis, Alban et Jean-Jacques s'affrontent durant trois parties de tennis de table.

On admet que les parties sont indépendantes et que, sur une partie, Alban a deux fois plus de chances de gagner que Jean-Jacques.

On note A l'événement : « Alban gagne la partie »

- Construire un arbre pondéré traduisant cette situation.
- On note X la variable aléatoire qui compte le nombre de parties gagnées par Alban. Donner la loi de probabilité de X .
- Calculer $P(X \geq 1)$ et interpréter ce résultat.



b)

$$X(\omega) = \{0; 1; 2; 3\}$$

| | | | | |
|----------|----------------|------------------------------|-------------------------------|----------------|
| x | 0 | 1 | 2 | 3 |
| $P(X=x)$ | $\frac{1}{27}$ | $\frac{6}{27} = \frac{2}{9}$ | $\frac{12}{27} = \frac{4}{9}$ | $\frac{8}{27}$ |

$$P(X=0) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{27}$$

$$P(X=1) = \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3}$$

$$= \frac{2}{27} + \frac{2}{27} + \frac{2}{27} = \frac{6}{27}$$

$$= \frac{2}{9}$$

$$\begin{aligned}\mathbb{P}(X=2) &= \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} \\ &\quad + \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \\ &= \frac{4}{27} + \frac{4}{27} + \frac{4}{27} \\ &= \frac{12}{27} = \frac{4}{9}\end{aligned}$$

$$\mathbb{P}(X=3) = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{27}$$

$$\begin{aligned}\text{c) } \mathbb{P}(X \geq 1) &= 1 - \mathbb{P}(X=0) \\ &= 1 - \frac{1}{27} = \frac{26}{27}\end{aligned}$$